CÂMPUL MAGNETIC PRODUS DE CURENTUL ELECTRIC STAȚIONAR

Cuprins:

4.1. Forța magnetică şi vectorul inducție magnetică

Forța electrică $\vec{F}_e = q\vec{E}$ apare când sarcina electrică se află în repaus într-un câmp electric de intensitate $\vec{E}$. Repausul se consideră în raport cu un sistem de referință inerțial. Dacă însă particula q se mişcă cu o viteză $\vec{\mathrm{v}}$ față de acelaşi sistem de referință inerțial, în afară de forța electrică $\vec{F}_e = q\vec{E}$, asupra particulei mai acționează şi o forță:

$$\vec{F}_m = q\,\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B} \tag{4.1}$$

Aceasta depinde de viteza $\vec{\mathrm{v}}$ de mişcare a particulei şi se numeşte *forță magnetică* (sau forță Lorentz). Cantitatea $\vec{B}$ din ecuația (4.1) este inducția magnetică $\vec{B}$ a câmpului magnetic în care se mişcă particula cu sarcina q. Expresia (4.1) este stabilită pe cale experimentală şi este postulată ca fiind adevărată, aşa după cum, în cazul câmpului electric staționar, se postulează expresia forței coulombiene (sau a forței electrice).

Dacă într-o regiune din spațiu există simultan câmpurile $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ asupra unei particule cu sarcină q punctiformă care se mişcă cu viteza $\vec{\mathrm{v}}$ acționează forța

$$\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B} \tag{4.2}$$

care este denumită *forță electromagnetică* sau de cele mai multe ori este numită şi forță Lorentz. Aceasta este forța care este folosită în determinarea mişcării particulelor încărcate. Studiul comportării particulelor încărcate în câmpuri magnetice este subiectul *electrodinamicii*. Dacă ecuațiile de mişcare sunt cele ale mecanicii clasice spunem că suntem în cadrul electrodinamicii clasice, iar dacă legile de mişcare sunt cele din mecanica cuantică atunci ne situăm în cadrul electrodinamicii cuantice.

Inducția magnetică $\vec{B}$ definită de ecuația (4.1) se măsoară în *tesla* (T) în SI. Această unitate este exprimată astfel:

$$1T = \frac{N/c}{m/s} = \frac{V \cdot s}{m^2} \text{ sau } 1Ts = \frac{kg}{C\,s} = \frac{kg}{A\,s^2} = \frac{Wb}{m^2} \tag{4.3}$$

unde *Wb* (Weber) este unitatea de flux magnetic.

În ecuația de definiție (4.1) a inducției magnetice B se presupune că mișcarea particulei cu sarcina de probă q nu alterează (nu modifică) câmpul magnetic de inducție $\vec{B}$ în care este plasată. Această presupunere este verificată experimental numai în cazul în care sarcina q este suficient de mică și se mișcă cu o viteză mică. Cu alte cuvinte, o definiție mai corectă a lui $\vec{B}$ ar fi cea care se obține din (4.1) la limita în care $q\,\mathrm{v} \to 0$. Din (4.1) se obține că forța magnetică F_m este maximă dacă $\vec{\mathrm{v}}$ este perpendicular pe $\vec{B}$. Să notăm cu $\vec{F}_M$ valoarea maximă a lui $\vec{F}_m$ pentru $\vec{\mathrm{v}} \cdot \vec{B} = 0$ și din (4.1) rezultă:

$$\vec{F}_M = q\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B} \text{ cu produsul scalar } \vec{\mathrm{v}} \cdot \vec{B} = 0 \tag{4.4}$$

Înmulțim vectorial la dreapta relația (4.4) cu $\vec{\mathrm{v}}$ și obținem

$$\vec{F}_M \times \vec{\mathrm{v}} = q\left(\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}\right) \times \vec{\mathrm{v}} = q\mathrm{v}^2 B - \vec{\mathrm{v}}\left(\vec{B} \cdot \vec{\mathrm{v}}\right) \tag{4.5}$$

deoarece dublul produs vectorial pentru trei vectori arbitrari $\vec{a}, \vec{b}$ și $\vec{c}$ se scrie sub forma $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \times \vec{c} = \vec{b}\left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right) - \vec{a}\left(\vec{b} \cdot \vec{c}\right)$. Dacă avem în vedere condiția din (4.4) și relația (4.5), ecuația de definiție (4.1) a lui $\vec{B}$ se scrie:

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}_M \times \vec{\mathrm{v}}}{q\mathrm{v}^2} = \frac{\vec{F}_M \times \vec{u}_\mathrm{v}}{q\mathrm{v}} \tag{4.6}$$

unde $\vec{u}_\mathrm{v}$ este versorul vectorului viteză egal cu $\frac{\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{v}}$. Pe baza relației (4.6) putem să definim inducția magnetică printr-o relație de forma:

$$\vec{B} = \lim_{q\mathrm{v} \to 0} \frac{\vec{F}_M \times \vec{u}_\mathrm{v}}{q\mathrm{v}} \tag{4.7}$$

În mod analog o definiție a lui $\vec{E}$ este:

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}_e}{q} \tag{4.8}$$

care ține cont de perturbația câmpului electric datorată sarcinii q.

Pe baza relației (4.1) putem calcula forța care se exercită asupra unui conductor care transportă un curent și care se află într-un câmp magnetic cu inducția $\vec{B}$. Într-adevăr curentul care circulă prin el constă din particule încărcate ce se mișcă cu viteza $\vec{v}_m$ (de drift, medie) de-a lungul conductorului. Asupra fiecărei particule acționează forța dată de ecuația (4.1).

Dacă avem n astfel de sarcini pe unitatea de volum, numărul de sarcini dintr-un volum mic dV este ndV. Forța magnetică totală $d\vec{F}_m$ care acționează asupra volumului dV este suma forțelor care acționează asupra sarcinilor individuale; adică:

$$d\vec{F}_m = (ndV)(q\vec{v}_m \times \vec{B}) \tag{4.8}$$

Dar $nq = \rho$ – este densitatea de sarcină volumică şi $\rho\vec{v}_m = \vec{j}$ –densitatea de curenț şi (4.8) devine:

$$d\vec{F}_m = \vec{j} \times \vec{B} dV \tag{4.9}$$

Din ecuația (4.9) rezultă forța care acționează asupra unității de volum din conductor

$$\vec{F}_{m\,u\,v} = \vec{j} \times \vec{B} \tag{4.10}$$

Dacă curentul este distribuit uniform în secțiunea transversală a unui conductor a cărui arie a secțiunii transversale este A putem considera elementul de volum din (4.9) ca un cilindru cu aria bazei A şi înălțimea ds (element de lungime din conductor) şi (4.9) devine:

$$d\vec{F}_m = \vec{j} \times \vec{B} \, A \, ds \tag{4.11}$$

Dacă introducem intensitatea curentului I ca un vector definit prin relația

$$\vec{I} = \vec{j} \cdot A \tag{4.12}$$

care are ca mărime, I, valoarea intensității curentului prin conductor şi cu direcția lui $\vec{j}$, relația (4.11) se scrie:

$$d\vec{F}_m = \vec{I} \times \vec{B} \, ds \tag{4.13}$$

Din aceasta rezultă:

$$\vec{F}_{m\,u\,l} = \vec{I} \times \vec{B} \tag{4.14}$$

forța care acționează asupra unității de lungime din conductor, iar forța care acționează asupra conductorului de lungime l este

$$\vec{F}_m = \vec{I} \times \vec{B} \cdot l \tag{4.15}$$

În cazul particular în care $\vec{B} \perp \vec{I}$ mărimea forței magnetice care acționează asupra unui conductor de lungime l este:

$$F_m = B\,I\,l \tag{4.16}$$

(relație cunoscută în limbaj popular $F = B\ i\ l$)

Observație:

1). Dacă curentul curge pe o suprafață pe care există densitatea de sarcină superficială σ_s atunci se defineşte *densitatea de curent de suprafață*.

$$\vec{j}_s = \sigma_s \vec{v}_m \tag{4.17}$$

şi forța magnetică pe o suprafață de arie dA este:

$$d\vec{F}_m = \vec{j}_s \times \vec{B} dA \tag{4.18}$$

2). Dacă curentul este liniar cu densitatea de sarcină σ_l atunci definim *densitatea de curent filamentar* (sau liniar) prin:

$$\vec{j}_l = \sigma_l \vec{v}_m \tag{4.19}$$

şi forța magnetică pe o lungime dl este

$$d\vec{F}_m = \vec{j}_l \times \vec{B} dl \tag{4.20}$$

Prin integrarea ecuațiilor (4.18) şi (4.19) obținem forță magnetică pe o suprafață oarecare S şi respectiv pe o curba de curent C.

$$\vec{F}_m = \iint_S \vec{j}_s \times \vec{B} dA \quad \text{şi} \quad \vec{F}_m = \int_C \vec{j}_l \times \vec{B} dl \tag{4.21}$$

4.2. Legile fundamentale ale câmpului magnetic staționar

În paragraful anterior am postulat existența câmpului magnetic de inducție $\vec{B}$ fără a specifica sursele sau proprietățile lui. În acest paragraf ne vom ocupa de sursele câmpului magnetic staționar şi de proprietătile sale de bază.

Vectorul inducție magnetică într-o regiune oarecare din spațiu este reprezentat prin liniile de câmp magnetic. Acestea sunt tangente la $\vec{B}$ în fiecare punct din spațiu şi au o densitate proporțională cu mărimea lui $\vec{B}$ în acel punct.

De exemplu în figura 4.1. se reprezintă liniile câmpului magnetic creat de un fir rectiliniu şi lung prin care circulă un curent staționar cu intensitatea I. Se observă că acestea sunt mai dese în apropierea firului şi mai rare la distanță mai mare de fir. Ele sunt situate într-un plan, π, perpendicular pe fir şi sensul lor reprezintă sensul lui $\vec{B}$.

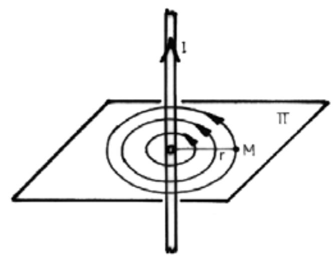

Figura 4.1: *Liniile câmpului magnetic creat de un fir parcurs de curentul cu intensitatea I*

Experiența arată că ori de câte ori printr-un conductor trece un curent, în jurul acestuia se generează un câmp magnetic. Se poate pune întrebarea: Cum aflăm inducția magnetică a câmpului magnetic generat de un curent? Într-o primă aproximație putem presupune că acest curent este format dintr-un număr mare de sarcini în mişcare ordonată şi staționară în care densitatea de curent $\vec{j}$ nu se schimbă în timp. În conformitate cu ecuația de continuitate rezultă că şi densitatea de sarcină din conductor este constantă în timp $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$.

Capitolul care studiază proprietățile câmpului magnetic generat de curenți staționari se numeşte *magnetostatică*. O primă lege a magnetostaticii exprimă faptul că *liniile câmpului magnetic nu au început şi sfârşit, fiind linii închise*, spre deosebire de liniile câmpului electric. care sunt linii deschise, pornind de la sarcinile plus şi ajungând la sarcinile minus. Numărul liniilor de câmp magnetic care trec printr-o suprafață oarecare S este dat de fluxul inducției magnetice pe aceea suprafață.

$$\phi_m = \iint_S \vec{B} d\vec{A} \tag{4.22}$$

Deoarece liniile câmpului magnetic sunt închise rezultă că toate liniile care intră într-un volum *V*, închis de suprafaţă *S*, vor ieşi din acest volum. Adică fluxul inducţiei magetice printr-o suprafaţă închisă *S* este nul:

$$\oiint_S \vec{B}d\vec{A} = 0 \tag{4.23}$$

Ecuaţia (4.23) reprezintă o lege globală (integrală) de bază a câmpului magnetic. Din ecuaţia (4.23) şi din relaţia lui Gauss

$$\oiint_S \vec{B}d\vec{A} = \iiint_V div\vec{B}dV \tag{4.24}$$

care exprimă trecerea de la o integrală de suprafaţă *S* închisă la cea pe volumul *V* închis deducem că

$$div\,\vec{B} = 0 \text{ sau } \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \text{ sau } \nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{4.25}$$

Această proprietate a câmpului magnetic de a avea divergenţa nulă în întreg spaţiul exprimă o lege locală (sau diferenţială) a câmpului magnetic care poate fi enunţată şi sub forma echivalentă: *Nu există sarcini magnetice*. Pentru câmpul electric avem legea locală $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ care arată că sursa de câmp electric este sarcina electrică. Evident că ecuaţia (4.25) arată că nu avem sarcini magnetice care să joace pentru câmpul magnetic rolul pe care îl joacă sarcina electrică pentru câmpul electric. Experienţa nu a pus în evidenţă existenţa unui astfel de sarcini magnetice.

Legea a doua a magnetostaticii se scrie, în vid, sub formă locală (diferenţială):

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} \text{ sau } \nabla \times \vec{B} = \mu_0\vec{j} \tag{4.26}$$

unde μ_0 este o constantă care exprimă mediul vid şi se numeşte permeabilitatea vidului sau constanta magnetică a vidului.

Pentru un mediu oarecare omogen şi izotrop μ_0 se înlocuieşte cu μ– permeabilitatea mediului. Această lege *exprimă faptul că sursa de câmp magnetic este curentul electric de densitate* $\vec{j}$.

Forma globală (integrală) a legii (4.26) se obţine aplicând teorema lui Stokes care face trecerea de la integrala curbilinie la cea de suprafaţă:

$$\oint_C \vec{B}d\vec{s} = \iint_S rot\vec{B}d\vec{A} \tag{4.27}$$

Din ecuaţiile (4.26) şi (4.27) rezultă:

$$\oint_C \vec{B}d\vec{s} = \mu_0\iint_S \vec{j}d\vec{A} = \mu_0 I_C \tag{4.28}$$

unde *C* este o curbă închisă oarecare, iar *S* o suprafaţă care se sprijină pe *C*. I_C este intensitatea curentului din interiorul curbei *C* care generează câmpul magnetic cu inducţia $\vec{B}$.

Relaţia

$$\oint_C \vec{B}d\vec{s} = \mu_0 I_C \tag{4.29}$$

este cunoscută sub numele de legea lui Ampere şi joacă în magnetostatică rolul pe care îl are legea lui Gauss în electrostatică; adică ea permite să aflăm câmpul magnetic de inducție $\vec{B}$ generat de curentul I_C.

Legea lui Ampere este scrisă adesea în funcție de *intensitatea câmpului magnetic* care în vid are expresia:

$$\vec{H} = \mu_0 \vec{B} \tag{4.30}$$

Înlocuind (4.30) în (4.29) se obține:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{s} = I_C \tag{4.31}$$

Adică tensiunea magnetomotoare a câmpului magnetic este egală cu intensitatea curentului electric. Scrierea legii lui Ampere în funcție de $\vec{H}$ în loc de $\vec{B}$ se face mai mult din motive istorice decât fizice. Este indicat să se scrie această lege în funcție de $\vec{B}$ deoarece $\vec{B}$ este mărimea care defineşte câmpul magnetic. Inducția magnetică $\vec{B}$ joacă acelaşi rol pentru câmpul magnetic pe care îl joacă intensitatea câmpului electric, $\vec{E}$, pentru câmpul electric. Intensitatea câmpului magnetic, $\vec{H}$, este analogul vectorului inducție electrică $\vec{D}$.

Să aplicăm legea lui Ampere pentru a afla câmpul magnetic în exteriorul unui fir conductor foarte lung, prin care circulă un curent cu intensitatea *I* (vezi figura 4.1). Se observă simetria cilindrică a câmpului magnetic şi ca urmare curba de integrare *C* se alege sub forma unui cerc cu centrul pe fir care trece prin punctul *M* în care aflăm inducția magnetică $\vec{B}$. Pe acest cerc $\vec{B}$ este paralel cu elementul de lungime $d\vec{s}$ şi deci $\vec{B} d\vec{s} = B ds$. În plus, *B* este constant ca mărime pe *C* din cauza simetriei cilindrice a câmpului. Deci (4.29) devine:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{s} = \oint_C B ds = B \oint_C ds = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \tag{4.32}$$

sau

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{4.33}$$

Dacă dorim să scriem relația (4.33) sub formă vectorială ținem cont de faptul că $\vec{B}$ face unghi drept atât cu intensitatea curentului electric cât şi cu vectorul de poziție $\vec{r}$ (vezi figura 4.1) obținem:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{I} \times \vec{r}}{r^2} \tag{4.34}$$

unde am pus în evidență factorul $\frac{\mu_0}{4\pi}$ care pentru câmpul magnetic joacă rolul de constantă a vidului cu valoare de 10^{-7} în SI, un rol analog constantei $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ din cazul câmpului electric. Cu această constantă relația (4.33) se scrie:

$$B = 10^{-7} \frac{2I}{r} \tag{4.35}$$

Această ecuaţie poate fi folosită pentru a defini unitatea de curent în SI: amperul (A). Dacă într-un conductor rectiliniu trece un curent de 1A el crează la distanţa de 1m un câmp magnetic cu inducţia $2 \cdot 10^{-7}$ Tesla.

Legea lui Ampere poate fi folosită şi pentru a calcula câmpul în interiorul unui solenoid dar, de cele mai multe ori, în acest caz se foloseşte legea Biot–Savart care este prezentată în paragraful următor.

4.3. Legea Biot–Savart

Să considerăm două fire conductoare de o formă oarecare prin care circulă curenţi cu intensităţile I_1 şi respectiv I_2 (vezi figura 4.2). Două elemente de lungime $d\vec{s}_1$ şi $d\vec{s}_2$ în punctele (1) şi respectiv (2) interacţionează între ele prin forţa magnetică

$$d\vec{F}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{s}_2 \times I_1 d\vec{s}_1 \times \vec{r}}{r^3} \qquad (4.36)$$

unde $\vec{r}$ este vectorul de poziţie al punctului (2) faţă de punctul (1). $d\vec{F}_m$ este forţă cu care curentul din elementul $d\vec{s}_1$ din punctul (1) acţionează asupra elementului $d\vec{s}_2$ din punctul (2). Elementul din punctul (2) acţionează asupra celui din (1) cu o forţă de reacţiune egală şi de semn contrar cu cea dată de relaţia (4.36).

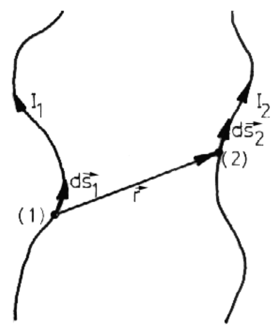

Figura 4.2: *Interacţia magnetică dintre doi curenţi* I*1 şi* I*2*

Relaţia (4.36) a fost scrisă prin analogie cu relaţia lui Coulomb pentru câmp electric:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot \vec{r}}{r^3} \qquad (4.37)$$

care exprimă interacţia dintre sarcinile q_1 şi q_2 situate în punctele (1) şi respectiv (2) poziţionate una faţă de alta la o distanţă caracterizată de vectorul $\vec{r}$. Analogia se concretizează prin înlocuirile:

$$\vec{F} \to d\vec{F}_m, \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \to \frac{\mu_0}{4\pi} \quad q_1 \to I_1 d\vec{s}_1, \quad q_2 \to I d\vec{s}_2 \text{ şi } \bullet \to \times$$

(adică produsul scalar se înlocuieşte cu produsul vectorial). Corectitudinea ecuaţiei (4.36) se deduce din cele ce urmează.

Ecuaţia (4.36) se scrie şi sub forma:

$$d\vec{F}_m = I_2 d\vec{s}_2 \times d\vec{B}_{12} \qquad (4.38)$$

unde am notat

$$d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 d\vec{s}_1 \times \vec{r}}{r^3} \qquad (4.39)$$

Dacă interpretăm $d\vec{B}_{12}$ din ecuația (4.39) ca fiind inducția magnetică din punctul (2) creată de elementul de curent $I_1 d\vec{s}_1$ din punctul (1), atunci $d\vec{F}_m$ din (4.38) reprezintă tocmai forța magnetică care acționează asupra elementului de curent $I_2 d\vec{s}_2$ din partea câmpului magnetic $d\vec{B}_{12}$ generat de elementul de curent din (1) Expresia (4.38) este în concordanță cu relația (4.13) dată în paragraful 4.1. care rezultă tocmai din legea de definiție (1) a forței magnetice.

Ecuația (4.39) reprezintă legea Biot–Savart care ne permite să aflăm câmpul magnetic (inducția magnetică) creat de un element de curent $I_1 d\vec{s}$ într-un punct situat la distanța $\vec{r}$ de elementul de curent. Având în vedere principiul de însumare vectorială a forțelor (deci şi a inducției magnetice) din ecuația (4.39) rezultă:

$$\vec{B} = \int_C d\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \tag{4.40}$$

Adică inducția $\vec{B}$ dintr-un punct situat la poziția $\vec{r}$ față de curentul I care curge prin curba C se obține prin însumarea (integrarea) inducției elementare $d\vec{B}_{12}$ dată în punctul respectiv de elementul de curent $Id\vec{s}$ din poziția $\vec{r}$ (vezi figura 4.3.) În exemplul din figura 4.3. avem $d\vec{s} \perp \vec{r}$ şi ecuația (4.40) devine:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{r ds}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \oint_C ds = = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{2r} \tag{4.41}$$

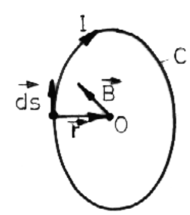

Figura 4.3: *Inducția magnetică în unei spire circulare parcurse de curent*

Relația (4.41) defineşte mărimea inducției magnetice în centrul O al spirei circulare *C*. Direcția şi sensul său se află cu regula burghiului drept, sau regula produsului vectorial (vezi figura 4.3.).

Un alt exemplu de aplicare a legii Boit–Savart îl constituie aflarea inducției magnetice pe axa unui solenoid (vezi figura 4.4.). Solenoidul este format din spire subțiri înfăşurate una lângă alta şi parcurse fiecare de un curent cu intensitatea *I*. Dacă pe unitatea de lungime avem *n* spire atunci pe o porțiune de lungime *dz* curentul are intensitatea

$$dI = nIdz \tag{4.42}$$

Acest curent cu intensitatea *dI* formează o buclă circulară cu raza R ca în figura 4.5. În conformitate cu ecuația (4.40) inducția în *P* datorată aceste bucle este:

$$d^2 B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{dI d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \right) \cdot \vec{k} \tag{4.43}$$

unde $d^2 B_z$ este proiecția lui $d\vec{B}$ pe axa Oz, iar $d\vec{B}$ este câmpul creat de elementul *ds* în punctul *P* (vezi figura 4.5).

Produsul vectorial $d\vec{s} \times \vec{r}$ este

$$d\vec{s} \times \vec{r} = \left(R d\phi \cdot \vec{\phi}_1 \times \left(z\vec{k} - R\vec{\rho}_1 \right) \right)$$

unde $\vec{\phi}_1, \vec{k}$ şi $\vec{\rho}_1$ sunt versorii direcțiilor lui $d\vec{s}$, axei Oz şi respectiv direcției radiale.

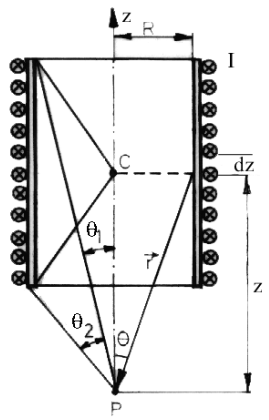

Figura 4.4: *Calculul lui $\vec{B}$ pe axa unui solenoid*

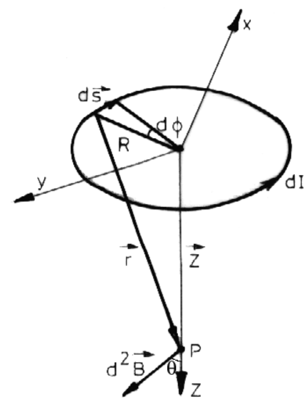

Figura 4.5: *Inducţia magnetică $d\vec{B}$ dată de bucla de curent de rază R*

Produsul mixt:

$$\left(d\vec{s} \times \vec{r}\right) \cdot \vec{k} = R^2 d\phi \tag{4.43}$$

şi ecuaţia (4.43) devine:

$$d^2 B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dIR^2 d\phi}{r^3} \tag{4.44}$$

Deoarece r rămâne constant pentru orice element de pe buclă integrăm (4.44) şi obţinem:

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dIR^2}{r^3} \cdot 2\pi \tag{4.45}$$

Observăm că dB_z este obţinut din integrarea lui $d^2 B_z$ în raport cu ϕ şi este notat cu dB_z deoarece este inducţia dată de curentul dI. Deci, inducţia magnetică dată în P de bucla parcursă de curentul dI este

$$dB_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{r^3} dI \tag{4.46}$$

În ecuaţia (4.46) introducem expresia (4.42) a lui dI şi obţinem:

$$dB_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{nIdz \cdot R^2}{r^3} \tag{4.47}$$

unde r este distanţa de la punctul P la elementul dz. Din figura 4.4. rezultă:

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{R}{z} \quad dz = -\frac{Rd\theta}{\sin^2\theta} \quad \text{şi} \quad r = \frac{R}{\sin\theta} \tag{4.48}$$

Ca urmare, ecuaţia (4.47) devine:

$$dB_z = -\frac{\mu_0}{2} nI \sin\theta d\theta \tag{4.49}$$

Prin integrarea lui (4.49) de la θ_1 la θ_2 obţinem inducţia B creată de solenoid în P.

$$B = \int_{\theta_2}^{\theta_1} dBz = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right) \tag{4.50}$$

Orientarea lui B este după axa Oz şi sensul se obţine cu regula burghiului drept. Dacă punctul P este în centrul solenoidului, C, atunci $\theta_2 = \pi - \theta_1$ $\cos\theta_2 = -\cos\theta_1$ şi ecuaţia (4.50) devine:

$$B = \mu_0 nI \cos\theta_1 \tag{4.51}$$

Dacă $\theta_1 \to 0$ adică solenoidul este foarte lung în raport cu raza sa atunci:

$$B = \mu_0 nI \tag{4.52}$$

Adică câmpul în centrul unui solenoid scurt este mai mic ca cel al unui solenoid foarte lung.

4.4. Potenţialul vectorial magnetic

În electrostatică se calculează intensitatea câmpului electric, $\vec{E}$, pornind de la potenţialul electric scalar, V, prin relaţia:

$$\vec{E} = -grad V \tag{4.53}$$

Acest potenţial scalar este determinat până la o constantă. Adică, adăugarea unei constante la V nu schimbă valoarea lui $\vec{E}$. Cu alte cuvinte, putem alege în mod convenabil potenţialul cu valoarea constantei nulă.

Vom arăta acum că există un procedeu asemănător pentru obţinerea inducţiei magnetice $\vec{B}$ generate de un curent electric cu densitatea $\vec{j}$. În acest scop vom reaminti relaţiile din analiza vectorială:

$$rot\, grad\, V = 0 \text{ şi } div\, rot\, \vec{A} = 0 \tag{4.54}$$

care sunt valabile pentru orice funcţie scalară V şi pentru orice vector $\vec{A}$.

Dacă am încerca să definim potenţialul vectorial magnetic printr-o relaţie de forma (4.53) am ajunge, în conformitate cu (4.54), la concluzia că rotorul inducţiei magnetice $\vec{B}$ este zero. Această concluzie contrazice legea magnetostaticii exprimată prin ecuaţia (4.26). Însă în conformitate cu ecuaţia (4.25) $div\vec{B} = 0$ ceea ce înseamnă că putem să definim potenţialul vectorial magnetic, $\vec{A}$, printr-o relaţie de forma:

$$\vec{B} = rot\, \vec{A} \tag{4.55}$$

Prin această definiţie a lui $\vec{A}$ satisfacem şi relaţia (4.54) deoarece $div\vec{B} = 0$.

Ecuaţia de definiţie (4.55) a potenţialului vectorial $\vec{A}$ mai poate fi scrisă şi sub formele:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \text{ sau } B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z};\quad B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x};\quad B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \tag{4.56}$$

Prin definiţia de mai sus potenţialul vectorial $\vec{A}$ nu este determinat în mod unic. Vom justifica această afirmaţie în felul următor. Presupunem că avem un potenţial vectorial $\vec{A}$ care este dat de relaţia (4.55) şi ne întrebăm în ce condiţii un alt potenţial vectorial $\vec{A}'$ ne va furniza aceeaşi inducţie $\vec{B}$. Aceasta înseamnă că trebuie să avem $\vec{B} = rot\,\vec{A}$ şi $\vec{B} = rot\,\vec{A}'$ care prin scădere ne conduc la

$$rot\left(\vec{A} - \vec{A}'\right) = 0 \tag{4.57}$$

Relaţiile (4.57) şi (4.54) sunt adevărate dacă:

$$\vec{A} - \vec{A}' = grad\,\psi_{(x,y,z)} \tag{4.58}$$

unde $\psi_{(x,y,z)}$ este o funcţie scalară oarecare. Relaţia (4.58) ne spune că potenţialul vectorial dat de ecuaţia (4.55) nu este unic, el este determinat până la gradientul unei funcţii scalare $\psi_{(x,y,z)}$. Cu alte cuvinte, orice alt potenţial $\vec{A}'$ care diferă de $\vec{A}$ printr-un gradient ne furnizează aceeaşi inducţie $\vec{B}$.

Pentru a defini în mod unic potenţialul mai punem o a doua condiţie de etalonare (sau măsură – gange–în engleză)

$$div\,\vec{A} = 0 \tag{4.59}$$

Cu această precizare a potenţialului vectorial $\vec{A}$ ne întoarcem la ecuaţia de bază a câmpului magnetic staţionar

$$rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \tag{4.60}$$

care în funcţie de $\vec{A}$, în conformitate cu ecuaţia (4.55), se scrie:

$$rot\,rot\,\vec{A} = \mu_0 \vec{j} \tag{4.61}$$

Dar în analiza vectorială se demonstrează identitatea

$$rot\,rot\,\vec{A} = grad\left(div\,\vec{A}\right) - \Delta\vec{A} \tag{4.62}$$

unde $\Delta\vec{A}$ este operatorul Laplace aplicat vectorului $\vec{A}$, adică

$$\begin{aligned}\Delta\vec{A} = &\left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2}\right)\vec{j} + \\ &+\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right)\vec{k}\end{aligned} \tag{4.63}$$

Dacă avem în vedere ecuaţiile (4.59) şi (4.62) din (4.61) obţinem:

$$\Delta\vec{A} = -\mu_0 \vec{j} \tag{4.64}$$

sau în conformitate cu (4.63), în coordonate carteziene avem:

$$\Delta A_x = -\mu_0 j_x, \quad \Delta A_y = -\mu_0 j_y, \quad \Delta A_z = -\mu_0 j_z. \tag{4.65}$$

Acestea sunt ecuaţii scalare de forma ecuaţiei lui Poisson

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{4.66}$$

pe care o satisface potenţialul scalar V.

Prin urmare, în magnetostatică potenţialul (sau componentele sale) satisface o ecuaţie asemănătoare cu ecuaţia pe care o satisface potenţialul scalar în electrostatică. Cu alte cuvinte $\vec{A}$ joacă în magnetostatică acelaşi rol pe care îl joacă V în electrostatică.

Ecuaţia (4.64) (sau ecuaţiile (4.65)) arată că putem determina potenţialul vectorial $\vec{A}$ dacă cunoaştem densitatea de curent $\vec{j}$. Rezolvarea ecuaţiilor (4.65) cu anumite condiţii la limită ne furnizează $\vec{A}$ din cunoaşterea distribuţiei densităţii de curent.

O soluţie generală a ecuaţiilor (4.65) este de forma:

$$A_i(\vec{r}) = \iiint_{V_i} \frac{j_i(\vec{r}\,')dV'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \tag{4.67}$$

după cum o soluţie a ecuaţiei (4.66) este

$$V(\vec{r}) = \iiint_{V_i} \frac{\rho(\vec{r}\,')dV'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \tag{4.68}$$

În ecuaţia (4.67) am notat cu $A_i(\vec{r})$ componenta $i \equiv x, y, z$ a potenţialului vectorial $\vec{A}$ în punctele de poziţie $\vec{r}$ generat de curentul cu componenta i a densităţii de curent $j_i(\vec{r}\,')$ din punctul $\vec{r}\,'$ unde se consideră elementul de volum dV'. Volumul V_i de integrare este volumul în care se află curentul cu densitatea $\vec{j}(\vec{r}\,')$ (vezi figura 4.6.). Cele trei relaţii scalare din ecuaţia (4.67) se scriu sub formă vectorială astfel:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \iiint_{V_i} \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')dV'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \tag{4.69}$$

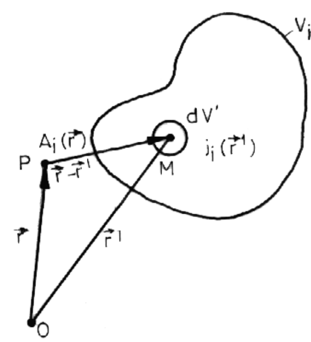

Figura 4.6: *Calculul potenţialului vectorial în punctul $\vec{P}(\vec{r})$ creat de curentul din volumul V_i care are în punctul $M(\vec{r}\,')$ densitatea $\vec{j}(\vec{r}\,')$*

În cazurile concrete pentru aflarea lui $\vec{A}$ este mai uşor să se rezolve ecuaţiile locale (4.65) în loc să se utilizeze soluţia globală (4.67) sau (4.69).

4.5. Momentul dipolar

Pentru a explica proprietăţile magnetice ale mediilor magnetice vom introduce *noţiunea de dipol magnetic* care joacă în magnetism rolul pe care îl joacă dipolul electric în explicarea proprietăţilor electrice ale mediilor.

Pe scurt, prin dipol magnetic înţelegem o buclă mică de curent care generează un câmp magnetic. În figura 4.7 se prezintă un dipol magnetic de formă circulară parcurs de un curent cu intensitatea i şi cu vectorul arie a buclei $d\vec{a}$. Bucla este situată în planul xy, perpendicular pe planul paginii. Ne propunem să calculăm inducţia magnetică $\vec{B}$ în punctul P datorită buclei de curent circular cu raza $\vec{r}\,' << r$;

adică punctul P este situat la o distanţă r mare în raport cu dimensiunea (raza) r' a dipolului. Pentru a calcula inducţia $\vec{B}$ calculăm mai întâi potenţialul vectorial $\vec{A}$ în punctul P şi apoi facem apel la relaţia (4.55) care ne furnizează pe $\vec{B}$.

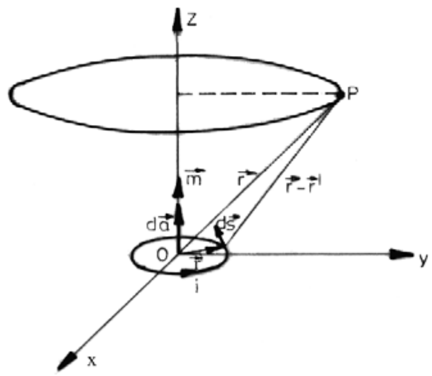

Figura 4.7: *Dipolul magnetic*

$$\vec{B} = rot\,\vec{A} \qquad (4.70)$$

De fapt procedăm în mod analog ca în cazul dipolului electric (paragraful 2.1 pg.32) unde calculăm câmpul electric $\vec{E}$ prin intermediul potenţialului scalar V. Dipolul electric este caracterizat de momentul său electric dipolar $\vec{p}$.

În mod analog, pentru dipolul magnetic definim *momentul dipolar magnetic* elementar

$$d\vec{m} = i\, d\vec{a} \qquad (4.71)$$

unde vectorul element de arie $d\vec{a}$ este orientat perpendicular pe buclă, adică

$$d\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{r}\,'\times d\vec{s} \qquad (4.72)$$

unde $\vec{r}\,'$ este vectorul de poziţie al unui element de lungime $d\vec{s}$ din buclă (vezi figura 4.7). Din ecuaţia (4.71) şi (4.72) momentul dipolar magnetic al întregii bucle de curent este

$$\vec{m} = \oint_C i\frac{1}{2}\vec{r}\,'\times d\vec{s} = \frac{1}{2}\oint_C \vec{r}\,'\times i\, d\vec{s} \qquad (4.73)$$

unde curba C închisă reprezintă bucla parcursă de curentul i. Deoarece, în cazul buclei noastre, $\vec{r}\,'$ este constant ca mărime şi perpendicular pe $d\vec{s}$ avem $\left|\oint_C \vec{r}\,'\times i d\vec{s}\right| = i\,2\pi r'^2$ şi

$$|\vec{m}| = i\cdot\pi r'^2 = i\,a \qquad (4.74)$$

unde a este aria buclei. Cum $\vec{m}$ este orientat perpendicular pe buclă (vezi ecuaţia (4.73)) şi aria $\vec{a}$ ca vector este după direcţia normalei la buclă relaţia (4.74) duce la relaţia vectorială

$$\vec{m} = i\,\vec{a} \qquad (4.75)$$

Acest vector moment dipolar magnetic al buclei este analogul lui $\vec{p}$ (moment dipolar electric) de la dipolul electric. Cum pentru potenţialul scalar V al unui dipol electric avea expresia

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} \qquad (4.76)$$

potenţialul magnetic $\vec{A}$ al buclei de curent se scrie sub o formă asemănătoare:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (4.77)$$

Acesta este potențialul vectorial în punctul P creat de bucla de curent cu momentul dipolar magnetic $\vec{m}$ (vezi figura 4.7). Din ecuația (4.77) rezultă şi direcția vectorului $\vec{A}$, perpendicular pe $\vec{m}$ şi $\vec{r}$, aşa cum se vede în figura 4.7. Remarcăm încă odată analogia dintre relațiile (4.76) şi (4.77) şi în plus, observăm că în locul produsului scalar din (4.76) am utilizat produsul vectorial în (4.77) deoarece $\vec{A}$ este vector şi V scalar.

Acum putem afla pe $\vec{B}$ din $\vec{A}$ dacă folosim relațiile (4.70) şi (4.77). Adică în coordonatele carteziene din figura 4.7

$$\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & 0 \end{vmatrix} \tag{4.78}$$

unde A_x, A_y sunt componentele lui $\vec{A}$ după axele Ox şi respectiv Oy. Componenta A_z este egală cu zero în conformitate cu ecuația (4.77) şi figura 4.7.

Din ecuația (4.78) deducem

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{\partial}{\partial z}\left(A_y\right) = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,a}{r^3 x}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3xz|\vec{m}|}{r^5} \\ B_y &= -\frac{\partial}{\partial z}\left(A_x\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3yz|\vec{m}|}{r^5} \\ B_z &= -\frac{\partial}{\partial x}\left(A_y\right) = -\frac{\partial}{\partial y}\left(A_x\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}\right)|\vec{m}| \end{aligned} \tag{4.79}$$

unde x, y, z sunt coordonatele punctului P în care aflăm componentele B_x, B_y şi B_z ale lui $\vec{B}$. Observăm analogia dintre ecuația (4.79) de mai sus şi ecuațiile (2.9)(pag.33) care se referă la un dipol electric orientat după axa Oz. Din acest motiv bucla de curent de dimensiuni mici se numeşte dipol magnetic. Menționăm că nu contează forma buclei ci numai aria sa.

De asemenea, remarcăm că putem afla câmpul $\vec{B}$ pentru o buclă arbitrară de curent prin considerarea unei rețele de bucle mici de curent, fiecare ochi al rețelei având un moment dipolar dat de (4.71) şi apoi însumând (sau integrând) după toată rețeaua (vezi figura 4.8). Este interesant de observat că momentul magnetic, $\vec{m}$, al unei distribuții a elementelor de sarcină electrică, $dQ(\vec{r})$, care se mişcă la poziția $\vec{r}'$ cu viteza medie $\vec{v}(\vec{r}')$ este dat de

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int \vec{r}'\times\vec{v}(\vec{r}')dQ(\vec{r}') \tag{4.80}$$

unde integrarea este făcută după toate elementele distribuției, iar $dQ(\vec{r}')$ şi $\vec{v}(\vec{r})$ sunt presupuse ca fiind câmpuri scalare şi respectiv vectoriale. De exemplu, dacă considerăm cazul unui

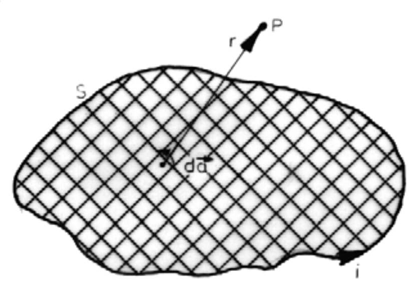

Figura 4.8: *O buclă macroscopică de curent de arie S constituită din bucle elementare de curent de arie $d\vec{a}$ (dipoli magnetici)*

atom ca un sistem cu un nucleu staționar pozitiv în jurul căruia se mişcă electronii negativi, atunci acest atom va poseda un moment magnetic, $\vec{m}$. De exemplu, atomul de hidrogen reprezentat clasic printr-o sarcină electronică e^- care se mişcă pe un cerc de rază a_0 în jurul protonului de sarcină $+e$, atunci în conformitate cu ecuația (4.80), el va avea un moment magnetic

$$\vec{m} = -\frac{1}{2} e a_0 \vec{u}_r \times \vec{\mathrm{v}} \tag{4.81}$$

unde $\vec{u}_r$ este versorul direcției radiale a electronului (vezi figura 4.9).

Dacă notăm cu i intensitatea curentului creat de mişcarea electronului în jurul nucleului atunci

$$i = \frac{-e}{T} \tag{4.82}$$

unde T este perioada de rotație a electronului pe orbită, egală cu $\frac{2\pi a_0}{\mathrm{v}}$. Din ecuațiile (4.81) şi (4.82) deducem

$$m = \frac{i 2\pi a_0}{2v} \cdot a_0 \cdot \mathrm{v} = i \cdot \pi a_0^2 = i\,S \tag{4.83}$$

unde $S = \pi a_0^2$ aria buclei de curent. Vectoarial ,relația (4.83) se scrie

$$\vec{m} = i\,S\,\vec{n} \tag{4.84}$$

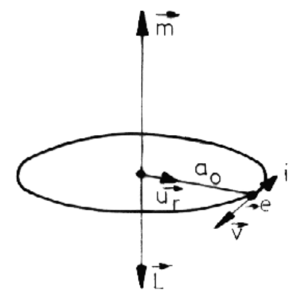

Figura 4.9: *Momentul magnetic al atomului de hidrogen*

unde $\vec{n}$ este versorul normalei la orbită. Dacă introducem momentul cinetic orbital al electronului

$$\vec{L} = \vec{a}_0 \times m_e \vec{\mathrm{v}} \tag{4.85}$$

unde $\vec{a}_0$ este vectorul $a_0\vec{u}_r$ de poziție a electronului pe orbită, iar m_e este masa electronului ,acesta are direcția şi sensul dat în figura 4.9; adică este tot perpendicular pe planul orbitei şi de sens contrar momentului magnetic $\vec{m}$. Din relațiile (4.81) şi (4.85) obținem

$$\vec{m} = -\frac{1}{2} e a_0 \vec{u}_r \times \vec{\mathrm{v}} = -\frac{1}{2} e \vec{a}_0 \times \vec{\mathrm{v}} = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{a}_0 x m_e \vec{\mathrm{v}} = -\frac{e}{2m_e} \tag{4.86}$$

Coeficientul de proporționalitate dintre $\vec{m}$ şi $\vec{L}$ este $\frac{-e}{2m_e} = g_L$ şi se numeşte raportul giromagnetic al momentelor orbitale ale atomului de hidrogen.

În capitolul de fizica atomului vom analiza proprietățile momentelor: $\vec{m}$ –momentul magnetic orbital al atomului şi $\vec{L}$ –momentul cinetic orbital al atomului şi vom arăta că atomul mai posedă şi alte momente $\vec{m}_s$ şi $\vec{s}$ numite momente de spin care au o origină pur cuantică şi

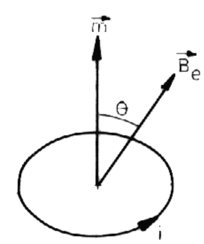

Figura 4.10: *Dipolul magnetic situat în câmpul magnetic cu inducția* $\vec{B}_e$

deci nu pot fi studiate în cadrul acestui capitol.

Cu cele de mai sus cunoscute cu privire la dipolul magnetic ne punem acum problema calculului energiei unui astfel de dipol magnetic situat într-un câmp magnetic extern de inducție $\vec{B}_e$ (figura 4.10). Această problemă este asemănătoare cu cea a calculului energiei dipolului electric în câmp electric exterior care este dată de relația (2.14) din pag 34. Prin analogie, energia dipolului magnetic în câmpul magnetic exterior este

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}_e \tag{4.87}$$

Această relație poate fi demonstrată pornind de la expresia forței cu care acționează câmpul $\vec{B}_e$ asupra buclei de curent și apoi calculând lucru mecanic efectuat de rotația dipolului în câmp sub acțiunea acestei forțe magnetice. Nu vom face această demonstrație aici însă vom observa că această energie potențială este minimă când $\theta = 0$, unde θ este unghiul dintre $\vec{m}$ și $\vec{B}_e$ (vezi fig.4.10). Adică, la echilibru, unde energia potențială e minimă, dipolul magnetic se orientează astfel încât $\vec{m}$ devine paralel cu $\vec{B}_e$. Notăm că $-\vec{m}\vec{B}_e$ este numai o parte din energia potențială a dipolului magnetic, o altă parte provine din schimbarea curentului de către însăşi câmpul magnetic propriu al buclei de curent. În cazul curenților staționari ultima parte este neglijabilă şi putem considera energia dipolului magnetic sub forma (4.87).

4.6. Analogia dintre câmpul magnetic şi câmpul electric

În continuare vom prezenta un tabel sintetic cu analogia dintre câmpul magnetic şi cel electric (tabelul 4.1).

Tabelul 4.1:

Nr.crt.	Mărimea câmpului electric	Mărimea câmpului magnetic
1	Forța electrică $\vec{F}_e = q\vec{E}$	Forța magnetică $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$
2	Intensitatea câmpului electric $\vec{E}$	Inducția magnetică $\vec{B}$
3	Constanta $\frac{1}{4\pi\varepsilon}$	Constanta $\frac{\mu}{4\pi}$
4	Potențialul scalar V	Potențialul vectorial $\vec{A}$
5	Densitatea de sarcină ρ	Densitatea de curent $\vec{j}$
6	Fluxul câmpului electric printr-o suprafață $S, \Phi = \iint_S \vec{E}d\vec{A}$	Fluxul inducției magnetice prin suprafața $S, \Phi_m = \iint_S \vec{B}d\vec{A}$
7	Inducția electrică $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$	Intensitatea câmpului magnetic $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$

8	Densitatea de energie a câmpului electric $u=\frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$	Densitatea de energie a câmpului magnetic $u=\frac{\vec{B}.\vec{H}}{2}$
9	Vectorul de polarizare electrică $\vec{P}$ $\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$	Magnetizarea $\vec{M}$ (?) $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$
10	Momentul dipolar electric $\vec{p}$	Momentul dipolar magnetic *(m)*

În acest tabel avem două mărimi $\vec{m}$ şi $\vec{M}$ cu semnul de întrebare deoarece acestea nu au fost definite până acum. Ele vor fi definite în paragrafele care urmează. Tabelul de mai sus este foarte util deoarece dacă ştim o formulă pentru câmpul electric putem să aflăm alta analoagă pentru câmpul magnetic dacă în loc de produs scalar folosim produs vectorial şi în loc de mărimea electrică folosim echivalenta sa din tabel. Aşa am procedat în justificarea ecuației (4.36). În paragrafele care urmează vom introduce şi alte formule justificate pe baza analogiei dintre mărimile câmpului electric şi cele ale câmpului magnetic.