

1.2.2. Mărimi și legi specifice fenomenelor magnetice

1.2.2.1. Efecte ale câmpului magnetic asupra curentului electric. Mărimi magnetice

În ceea ce privește câmpul magnetic, s-a constatat experimental faptul că acesta nu are ca surse sarcini de natură magnetică, singura metodă de a-l obține (confirmată prin efecte pondero-motoare) impunând (la început) prezența magneților ; ulterior (după cum am arătat) Ørsted a observat că acesta poate să apară în prezența curenților electrici.

Din acest motiv prima definiție a câmpului magnetic afirmă că *acesta este un câmp vectorial (asemenea celui electric), caracterizat în fiecare punct al său prin forțe care acționează asupra conductorilor parcurși de curent electric, asupra magneților sau asupra sarcinilor electrice în mișcare.*

Principalele mărimi magnetice, introduse pe bază experimentală, sunt :

a. Inducția magnetică \vec{B} . Ea este o mărime vectorială fundamentală ce caracterizează câmpul magnetic dintr-un anumit mediu. Relația care definește mărimea inducției magnetice este expresia *forței electromagnetice* exercitate de un câmp magnetic (generat de un magnet sau de un conductor parcurs de curent electric) asupra unui alt conductor rectiliniu de lungime L , parcurs de un curent I (*forța lui Laplace*) :

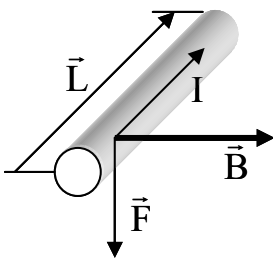


Figura 1.50

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B}) \quad (1.48)$$

(sensul vectorului orientat \vec{L} este sensul curentului ce parcurge conductorul, vezi figura 1.50).

Dacă $\vec{L} \perp \vec{B} \Rightarrow B = \frac{F}{IL}$, cu alte cuvinte *inducția*

unui câmp magnetic uniform / omogen este o mărime fizică vectorială egală cu modulul forței cu care câmpul magnetic acționează asupra unui conductor rectiliniu de lungime unitate, plasat perpendicular pe liniile de câmp magnetic și prin care trece un curent electric unitar.

Observații

1. Câmpul magnetic, asemenea câmpului electric, poate fi caracterizat cu ajutorul unor linii de câmp, la care tangenta în fiecare punct coincide cu direcția lui \vec{B} . Direcția locală și sensul liniilor de câmp se determină experimental cu ajutorul acului magnetic. Liniile de câmp magnetic sunt curbe închise (ceea ce corespunde absenței sarcinilor magnetice din natură).

Liniile de câmp magnetic au fost evidențiate experimental cu ajutorul piliturii de fier (vezi Faraday).

2. Câmpul magnetic este uniform / omogen dacă vectorii \vec{B} au aceeași valoare și orientare în orice punct al spațiului avut în atenție ; liniile de câmp corespunzătoare sunt paralele și echidistante.

3. Câmpul magnetic (și mărimea caracteristică : inducția câmpului magnetic) există într-un spațiu dat independent de faptul că în acel spațiu există sau nu corpuri

de probă (corpul de probă, respectiv conductorul parcurs de curent, reprezintă un instrument de control și de măsură a câmpului, nu condiționează existența lui ca formă specifică de prezentare a materiei).

Unitatea de măsură a inducției câmpului magnetic este :

$$\langle \mathbf{B} \rangle_{\text{S.I.}} = T \text{ (tesla)} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Deoarece câmpul magnetic există numai în prezența surselor specifice, au fost introduse și următoarele mărimi specifice.

b. Momentul magnetic al unei bucle de curent (moment magnetic amperian).

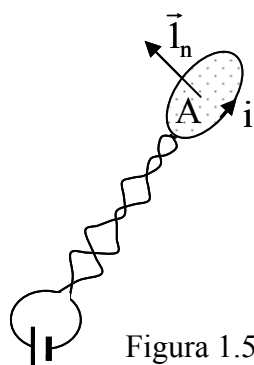


Figura 1.51

În cazul câmpului magnetic, rolul micului corp de proba (figura 1.51) este jucat de o “bucă de curent”, respectiv de o mică spiră confecționată dintr-un material conductor, alimentată cu un curent de intensitate i de la o sursă de curent, având terminalele răsucite unul în jurul celuilalt. Bucă delimitază o arie orientată $\vec{A} = A \cdot \vec{I}_n$, unde versorul \vec{I}_n este perpendicular pe suprafață și are sensul dat de aplicarea regulii burghiului drept asupra sensului curentului care trece prin buclă.

Introducând buclă într-un câmp magnetic exterior, se constată că efectele pondero-motoare depind de intensitatea curentului, precum și de mărimea și de orientarea buclei. Prin urmare pare interesant să definim o mărime care conține ambele variabile. Aceasta mărime este *momentul magnetic al buclei (sau moment magnetic amperian)*, egal prin definiție cu :

$$\vec{m}_b = i \cdot A \cdot \vec{I}_n \quad (1.49)$$

Deoarece, atunci când $\vec{B}_{\text{exterior}} = \text{const.}$, se constată experimental că asupra probei se manifestă un cuplu de forțe care tinde să alinieze versorul \vec{I}_n cu \vec{B} , vom defini *momentul cuplului* prin intermediul relației :

$$\vec{C}_b = \vec{m}_b \times \vec{B} \quad (\text{analog cu } \vec{C}_p = \vec{p} \times \vec{E}_0) \quad (1.50)$$

În câmp magnetic neomogen, asupra buclei de curent se manifestă atât cupluri de forțe (pentru care momentul e exprimat de relația (1.50)) cât și forțe ce-i imprimă acesteia o mișcare de translație ; expresia acestor forțe este :

$$\vec{F} = \nabla \left(\vec{m}_b \cdot \vec{B} \right) \quad (1.51)$$

(relația este introdusă prin analogie cu ceea ce se petrece în cazul unui dipol elementar).

c. Momentul magnetic (general) . Magnetizația.

Dacă într-un câmp magnetic neomogen de inducție \vec{B} , se plasează mici corpuri magnetizate, se constată că asupra acestora se manifestă forțe și cupluri de forțe, asemenea cazului buclei de curent. Această observație sugerează necesitatea de a formula - și în acest caz - o teoremă de echivalență :

“Un mic corp magnetizat de volum $\Delta V = A_b \cdot \Delta \ell$ (A_b = aria bazei) este echivalent cu o buclă de curent de arie A_b , parcursă de un curent Δi_m , atât în ceea ce privește forțele și momentele mecanice exercitate asupra lor într-un câmp magnetic exterior, cât și în ceea ce privește câmpul magnetic pe care îl produc.”

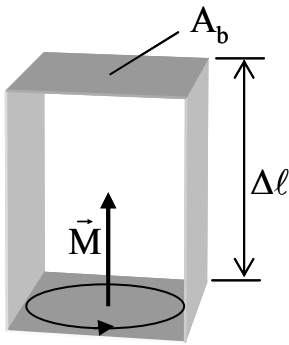


Figura 1.52

În estimarea consecințelor acestei teoreme se utilizează mărimile (introduse prin analogie) :

- \vec{m} = moment magnetic al micului corp magnetizat ;
 $\vec{m} = \vec{m}_p + \vec{m}_t$

(\vec{m}_p este moment magnetic permanent iar \vec{m}_t este moment magnetic temporar) ;

- $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \vec{M}_p + \vec{M}_t$

se numește **magnetizație** (intensitate de magnetizare sau moment magnetic al volumului elementar).

Dacă se aplică teorema de echivalență între micul corp magnetizat și bucla de curent, se obține (vezi figura 1.52) :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{m} &= \vec{M} \cdot \Delta V = \vec{M} \cdot A_b \cdot \Delta \ell \\ \Delta \vec{m}_b &= \Delta i_m \cdot A_b \cdot \vec{1}_n \end{aligned} \right\} \Delta \vec{m} = \Delta \vec{m}_b \Rightarrow \vec{M} \cdot A_b \cdot \Delta \ell = \Delta i_m \cdot A_b \cdot \vec{1}_n$$

deci se observă că :

$$\Delta i_m = \vec{M} \cdot \Delta \vec{\ell} \quad (\text{unde } \Delta \vec{\ell} = \Delta \ell \cdot \vec{1}_n); \quad \text{la limită:} \quad i_m = \int \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$$

Notăția i_m desemnează **curenții amperieni** sau **moleculari**.

Aceasta denumire este generată de interpretarea microscopică a stării de magnetizare³⁴.

³⁴ “În linii generale, mișcarea electronilor pe orbite este echivalentă cu o buclă elementară parcursă de curent, care posedă un moment magnetic amperian, numit **moment magnetic orbital**. În afară de momentul magnetic orbital, particulele au și un moment magnetic intrinsec, numit **moment magnetic de spin**.

Electronii liberi posedă numai moment magnetic de spin.” (vezi bibliografie M. Stan)

d. Intensitatea câmpului magnetic, \vec{H} .

Câmpul magnetic într-o substanță este diferit de cel existent în vid, datorită magnetizării acesteia.

Pe baza unor experimente care fac diferența dintre inducția câmpului magnetic în vid și inducția câmpului magnetic în interiorul unei cavități practicate în interiorul unui corp magnetizat, se introduce noțiunea de intensitate a câmpului magnetic. Aceasta este o mărime vectorială de stare, care conduce la definirea generală :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1.52)$$

unde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H / m este o constantă universală numită **permeabilitatea magnetică a vidului**.

Si în acest caz, între \vec{B} , \vec{H} și \vec{M} experimentările au permis formularea unei **legi de material**, care este **legea magnetizației**.

În funcție de proprietățile pe care le au diverse materiale, aceasta lege are următoarele forme :

- pentru materiale magnetice liniare izotrope :

$\vec{M}_t = \chi_m \vec{H}$, unde χ_m se numește *susceptivitate magnetică* ; dacă se introduce mărimea $\mu_r = 1 + \chi_m \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{M}_p$; μ_r se numește **permeabilitate magnetică relativă**.

De regulă $\vec{M}_p = 0$. Atunci când $\chi_m < 0$ materialele se numesc **diamagnetice** (gaze inerte, zinc, aur, mercur, siliciu, fosfor, compuși organici, etc) iar pentru $\chi_m > 0$ materialele se numesc **paramagnetice** (aluminiiu, platină, săruri de cobalt, nichel, sodiu, potasiu, etc.).

- pentru materiale magnetice liniare anizotrope :

$$\vec{M}_t = \overline{\overline{\chi_m}} \vec{H}, \quad \overline{\overline{\mu}} = \mu_0 (\overline{\overline{1}} + \overline{\overline{\chi_m}}) \text{ are caracter tensorial} \Rightarrow (\vec{M}_p = 0), \quad \vec{B} = \overline{\overline{\mu}} \vec{H}$$

Principalele materiale care au această comportare sunt substanțele feromagnetice (cristale de fier, nichel, cobalt), pentru care \vec{M} depinde de \vec{H} printr-o curba histerezis. Feromagnetismul este explicat prin preexistența unor regiuni magnetizate spontan (domenii Weiss), care sunt orientate prin efectul câmpului magnetic.

• O mărime derivată din intensitatea câmpului magnetic este **tensiunea magnetică**.

Prin definiție tensiunea magnetică între două puncte A și B de-a lungul unei curbe Γ este integrala de linie a intensității câmpului magnetic între cele două puncte date, de-a lungul curbei specificate (se poate face ușor analogia cu tensiunea electrică) :

$$U_{mAB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{\ell}, \quad d\vec{\ell} \text{ fiind elementul de lungime pe curba } \Gamma$$

• În condițiile în care - pentru câmpul magnetic - există o legătură indiscutabilă între curenți și câmpuri, se folosește (pentru estimarea curentului de conducție total = suma algebrică a curenților care “înțeapă” o suprafață dată) termenul de **solenajie**.

Solenajia este, prin definiție :

$$\Theta_{S_r} = \sum_k N \cdot i_k = \iint_{S_r} \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (1.53)$$

(\vec{J} = densitatea curentului electric de conducție).

Utilizarea termenului de “**solenajie**” (în loc de curent electric de conducție) este justificată de faptul că - în acest caz - avem de a face cu mai mulți curenți, respectiv mai multe conductoare, care pot străbate suprafața în discuție.

In Tabelul 2 sunt sistematizate toate noțiunile prezentate până acum (inclusiv pentru câmpul electric, cu care se face o paralelă).

Înainte de a încheia discuția referitoare la mărimi magnetice și la efecte pe care câmpul magnetic le are asupra conductoarelor parcurse de curent electric, trebuie făcută **observația importantă** că efecte asemănătoare (la nivel microscopic) se exercită asupra sarcinilor electrice aflate în mișcare.

Am arătat deja că asupra unui conductor parcurs de curent electric staționar și plasat în câmp magnetic se exercită o forță având expresia (1.48):

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$$

denumită *forța Laplace*. Deoarece curentul electric poate fi exprimat prin intermediul densității de curent, adică :

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A} = \iint_S \rho_v \cdot \vec{v}_J \cdot \vec{l}_J \cdot dA_J = \rho_v \cdot v_J \cdot S$$

unde S este suprafața transversală (perpendiculară) pe direcția de deplasare a sarcinilor electrice care se constituie într-un curent de conducție , se observă că forța Laplace mai poate fi scrisă :

$$\vec{F} = I \cdot L \cdot \vec{l}_L \times \vec{B} \quad \text{unde } \vec{l}_L \equiv \vec{l}_J$$

deoarece versorul \vec{l}_L are direcția și sensul date de curentul care parcurge conductorul (ceea ce coincide cu direcția și sensul versorului densității de curent de conducție) ; prin urmare obținem expresia :

$$\vec{F} = \rho_v \cdot v_J \cdot \underbrace{S \cdot L}_{=V} \cdot \vec{l}_J \times \vec{B} = \underbrace{\rho_v \cdot V}_{=q} \cdot v_J \cdot \vec{l}_J \times \vec{B} = q \vec{v}_J \times \vec{B} \quad (1.54)$$

care este cunoscută sub denumirea de **forța Lorentz**. Precum se vede, ambele expresii (Laplace și Lorentz) sunt – formal - echivalente. Totuși expresia (1.48) implică mărimi macroscopice (I, \vec{L} și \vec{B}), în timp ce expresia (1.54) conține mărimi de natură microscopică (q, \vec{v}_J), ceea ce înseamnă că domeniul lor de aplicație este diferit !

Câmp	Electric (electrostatic)		Magnetic (magnetostatic)	
Efecte exercitate și definiții primare	<ul style="list-style-type: none"> asupra unei sarcini electrice se manifestă o forță : $\vec{F} = q \cdot \vec{E}_0$ <p>Această relație permite definirea mărimii $\vec{E}_0 =$ intensitatea câmpului electric în vid.</p>	<ul style="list-style-type: none"> asupra unei perechi de sarcini electrice (= dipol) având $\vec{p} = q \vec{\ell}$ (momentul electric al dipolului) se manifestă întotdeauna un cuplu de forțe : $\vec{C} = \vec{p} \times \vec{E}_0$; atunci când acest câmp electric nu este omogen (valoarea lui se modifică în funcție de punct) asupra dipolului se manifestă și o forță : $\vec{F} = \nabla \left(\vec{p} \cdot \vec{E}_0 \right)$	<ul style="list-style-type: none"> asupra unui conductor parcurs de curent se manifestă o forță : $\vec{F} = I(\vec{L} \times \vec{B}_0)$ <p>relație care servește la definirea lui $\vec{B}_0 =$ inducția câmpului magnetic în vid</p>	<ul style="list-style-type: none"> asupra unei bucle parcurse de curent, având $\vec{m}_b = iA \vec{I}_n$ (moment magnetic al buclei) se manifestă întotdeauna un cuplu de forțe egal cu $\vec{C} = \vec{m}_b \times \vec{B}_0$; atunci când \vec{B}_0 nu este omogen, asupra buclei se manifesta și forța : $\vec{F} = \nabla \left(\vec{m}_b \cdot \vec{B}_0 \right)$
Observație primară	Toate elementele asupra cărora se manifestă efecte (sarcini, dipoli, curenți electrice, bucle parcurse de curent electric) sunt - la rândul lor - generatoare de câmp, având aceeași natură cu cel cu care interacționează.			
Mărimi caracteristice globale	Teorema de echivalență între un dipol ideal și un mic corp polarizat \Rightarrow mărimea $\vec{p} = \vec{p}_p + \vec{p}_t$ caracterizează starea de polarizare		Teorema de echivalență dintre o buclă de curent și un mic corp magnetizat \Rightarrow mărimea $\vec{m} = \vec{m}_p + \vec{m}_t$ caracterizează starea de magnetizare	
Mărimi caracteristice locale (punctuale)	<ul style="list-style-type: none"> starea de încărcare electrică $\Rightarrow \rho_v, \rho_s, \rho_l, q_k$ $\left(q = \iiint_V \rho_v \cdot dV + \iint_S \rho_s \cdot dS + \int_L \rho_l \cdot dl + \sum_k q_k \right)$ <ul style="list-style-type: none"> Alte mărimi locale : \vec{E}, \vec{D} 	<ul style="list-style-type: none"> starea de polarizare : $\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}$, $(\vec{P} = \vec{P}_p + \vec{P}_t)$, unde \vec{P} se numește polarizație ; $\exists \vec{P}_s = \frac{d\vec{p}}{dS}$ numită polarizație superficială $(\Rightarrow q_p = -\iint_{\Sigma} \vec{P}_s \cdot d\vec{S})$ 	<ul style="list-style-type: none"> starea de magnetizare $\Rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \vec{M}_t + \vec{M}_p$, unde \vec{M} se numește magnetizație ; se poate defini și mărimea $i_m = \int \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$ care desemnează curentul molecular (amperian) \vec{H} și \vec{B} sunt - de asemenea - mărimi locale 	

	Legea polarizației electrice			Legea magnetizației		
Legi de material	<p>Medii dielectrice liniare , omogene și izotrope :</p> $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ <p>\vec{D} = inducție electrică</p> $\vec{P}_p = 0$ $\vec{P}_t = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ $\left. \begin{array}{l} \vec{P}_p = 0 \\ \vec{P}_t = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ <p>$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, ϵ = permitivitate (χ_e = susceptivitate el.)</p>	<p>Medii dielectrice liniare și anisotrope :</p> $\vec{P}_t = \epsilon_0 \overline{\chi}_e \vec{E}$ $\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \overline{\chi}_e) \vec{E} + \vec{P}$ $\vec{D} = \overline{\epsilon} \cdot \vec{E} + \vec{P}_p \Rightarrow$ $\vec{D} \parallel \vec{E}$	<p>Medii neliniare :</p> $\vec{D} = \epsilon(\vec{E}) \cdot \vec{E}$ $\Rightarrow \vec{D} \parallel \vec{E}$	<p>Medii magnetice liniare și izotrope :</p> $\vec{M}_t = \chi_m \vec{H}$ <p>χ_m = susceptivitate</p> $\vec{M}_p = 0$ $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow$ $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$ <p>μ = permeabilitate</p>	<p>Medii magnetice liniare și anisotrope :</p> $\vec{M}_t = \overline{\chi}_m \vec{H}$ $\Rightarrow \vec{B} = \overline{\mu} \cdot \vec{H}$ $\vec{B} \parallel \vec{H}$	<p>Medii magnetice neliniare :</p> $\vec{B} = \mu(\vec{H}) \cdot \vec{H}$ $\vec{B} \parallel \vec{H}$
Alte mărimi	$i = \frac{dq}{dt} = \iint \vec{J} \cdot \vec{n} dA$ <ul style="list-style-type: none"> • Curentul electric de conducție : $\left\{ \begin{array}{l} \vec{J} = \text{dens. curentului de conducție} \\ \vec{J} = \rho_v \cdot \vec{v}_J = \sigma \vec{E} ; \\ \sigma = \text{conductivitate electrică} \\ \text{(legea conductiei electrice)} \end{array} \right.$ • Curentul de convecție : $\vec{J}_c = \rho_v \cdot \vec{v}_{\text{deplasare corp}}$ • Tensiunea electrică : $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$ 			<ul style="list-style-type: none"> • Tensiunea magnetică : $U_{mAB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ • Solenația : $\Theta_{S_\Gamma} = \sum_{k=1}^N i_k = \iint_{S_\Gamma} \vec{J} \cdot d\vec{A}$ 		

Tabelul 2. Sistematizarea principalelor definiții și observații prezentate până acum.

1.2.2.2. Câmpul magnetic produs de curenți electrici staționari

Dacă în privința câmpului electric au fost evidențiate sarcini electrice care se constituie în surse ale acestuia, pentru câmpul magnetic asemenea sarcini nu au putut fi evidențiate experimental.

După cum am mai afirmat, câmpul magnetic, ca o formă de existență a materiei, a fost acceptat ca atare prin efectele sale asupra magneților (acului busolei) sau asupra unor conductoare parcurse de curent electric staționar (intensitatea curentului electric care parcurge respectivul conductor este constantă în timp).

Totuși observarea efectelor nu a fost suficientă. S-a pus și problema reciprocă, și anume ***cum poate fi generat câmp magnetic***.

După cum am văzut deja, în anul 1820, după o lecție de curs, Hans Christian Oersted³⁵ a observat deviația acului magnetic în apropierea unui conductor străbătut de curent electric și a publicat rezultatele experimentelor sale în reviste de specialitate din Copenhaga, Germania, Anglia și Franța.

Imediat după aceea, fizicienii francezi Biot și Savart au observat (cu ajutorul piliturii de fier) că atunci când printr-un conductor foarte lung trece un curent staționar, acesta produce în plan perpendicular pe direcția conductorului un câmp magnetic (liniile de câmp magnetic au fost vizualizate prin dispunerea piliturii de fier în forma unor fire închise, formând un așa zis spectru magnetic).

Concluziile experimentale au fost :

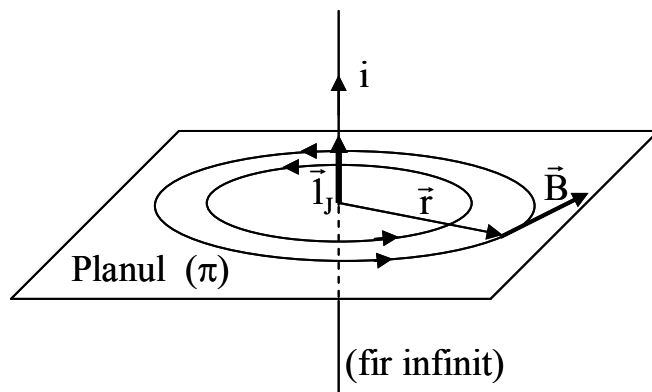


Figura 1.53

firul conductor, prin regula burghiului drept.

Formula corespunzătoare a fost :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot r} i \cdot \vec{I}_B \quad (1.55)$$

- câmpul magnetic într-un punct oarecare este perpendicular pe planul care conține firul conductor și punctul respectiv ; liniile de câmp ale acestuia formează curbe închise ;

- câmpul este invers proporțional cu distanța dintre fir și punctul în care se observă efectele existenței acestuia ;

- sensul câmpului magnetic obținut este asociat cu sensul curentului electric care parcurge

³⁵ Reamintim că H.C. Oersted (1777 - 1851) a predat cursul de electricitate și magnetism la Universitatea din Copenhaga, Danemarca.

Deoarece versorul $\vec{I}_B = \vec{I}_J \times \vec{I}_r$ (vezi figura 1.49 și notațiile anterioare), relația anterioară mai poate fi scrisă în forma :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi} \cdot \frac{\vec{I}_J \times \vec{r}}{r^2} \quad (1.56)$$

Setul de date experimentale, aparținând fizicienilor mai sus amintiți, a fost analizat și completat de către fizicianul, astronomul și matematicianul francez Pierre Simon de Laplace. Acesta a stabilit că inducția unui câmp magnetic oarecare poate fi calculată ca o sumă vectorială a unor inducții elementare, create de diferite elemente ale unui conductor parcurs de un curent electric staționar, i (principiul superpoziției). Conductorul poate avea o formă oarecare, ceea ce constituie o generalizare a cazului anterior.

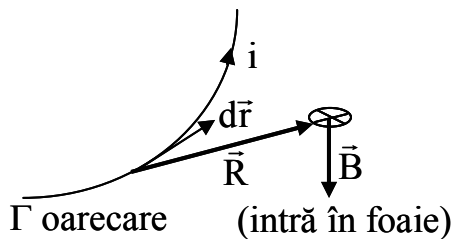


Figura 1.54

Folosind notațiile din figura 1.54, formula propusă pentru inducția elementară a fost următoarea :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{r} \times \vec{R}}{R^3} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot i}{4\pi} \cdot \oint_{(\Gamma)} \frac{d\vec{r} \times \vec{R}}{R^3} \quad (1.57)$$

unde integrarea nu are semnificație decât pe curbe închise (curentul nu poate circula prin conductoare “deschise”, ceea ce ar contraveni legii de conservare a sarcinii electrice).

Vectorul $d\vec{B}$ este perpendicular pe planul ce conține elementul de conductor $d\vec{r}$ (elementul de arc al conturului Γ al circuitului, cu sensul dat de sensul curentului) și raza vectorială \vec{R} (având originea localizată pe elementul $d\vec{r}$ și vârful în punctul în care se calculează câmpul); sensul vectorului $d\vec{B}$ se determină după regula burghiului drept.

Formula (1.57) poartă numele de **formula Biot - Savart - Laplace**.

Cu ajutorul acestei formule se pot rezolva foarte multe probleme de câmp magnetic, o parte dintre ele fiind abordate în paragraful 1.2.2.6 (vezi problemele rezolvate 2 și 3). Merită remarcat faptul că formula (1.57) permite regăsirea formulei (1.56), formulată în cazul unui conductor rectiliniu de lungime infinită.

Revenind la cazul conductorului de lungime infinită, pentru care :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot r} i \cdot \vec{I}_B \Rightarrow \vec{H} = \frac{i}{2\pi \cdot r} \cdot \vec{I}_B \quad (1.58)$$

dacă ne propunem să calculăm integrala pe o curbă închisă (Γ) - echivalentă cu o linie de câmp închisă - a vectorului intensitate a câmpului magnetic, obținem :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{i}{2\pi r} \cdot \oint_{(\Gamma)} dl = \frac{i}{2\pi r} \cdot 2\pi r = i \quad (1.59)$$

Se observă că rezultatul acestei integrări este tocmai curentul care a generat câmpul magnetic respectiv.

Ampère a demonstrat că această concluzie poate fi extinsă atât pentru forme oarecare ale unor curbe închise (Γ), cât și pentru cazul în care suprafața (S) delimitată de curba închisă (Γ) este “străpunsă” nu numai de un singur curent, ci de mai mulți.

Prin analogie cu observațiile făcute în cazul câmpului electric, mărimea

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{l} \stackrel{\text{def.}}{=} u_{\text{mm}}$$

poartă numele de **tensiune magnetomotoare**³⁶.

Reamintim că mărimea : $\sum_{k=1}^N i_k = \iint_{(S_\Gamma)} \vec{J} \cdot d\vec{A} \stackrel{\text{def.}}{=} \Theta_{S_\Gamma}$ se numește *solenajie*.

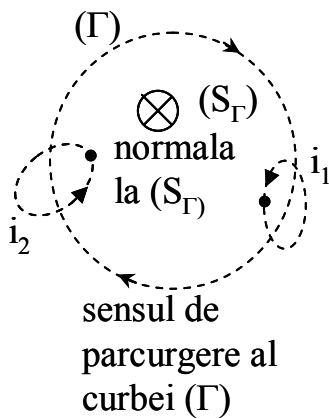


Figura 1.55

Observație. Când se calculează suma algebrică a curenților înlănțuiți (vezi și figura 1.55), curenții se consideră drept fiind pozitivi atunci când sensul în care ei înlănțuie conturul (Γ) coincide (după regula burghiului drept) cu sensul în care se face integrarea.

De exemplu : $i_1 < 0$ (iese din foaie) în timp ce $i_2 > 0$ (intră în foaie) ; rezultă :

$$\Theta_{S_\Gamma} = i_2 - i_1$$

Având în vedere notațiile precizate mai înainte, **legea circuitului magnetic**, formulată de

către Ampère, a luat forma :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = u_{\text{mm}} = \Theta_{S_\Gamma} = \iint_{(S_\Gamma)} \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (1.60)$$

“Tensiunea magnetomotoare (tensiunea magnetică în lungul unei curbe închise) este proporțională (egală - în sistemul internațional de unități folosit) cu solenajia care înlănțuie curba respectivă.”

³⁶ Datorita faptului că - în general - $\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = u_{\text{mm}} \neq 0$, tensiunea magnetomotoare

depinde de drum. Pe de altă parte atragem atenția asupra următoarelor noțiuni, prezentate în paralel și folosite în continuare (vezi următoarea pagină) :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}, \text{ tensiune electrica} \quad ; \quad U_i = \oint_{(\Gamma)} \vec{E} \cdot d\vec{r}, \text{ tensiune electromotoare}$$

$$U_{mAB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{r}, \text{ tensiune magnetica} \quad ; \quad u_{\text{mm}} = \oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{r}, \text{ tensiune magnetomotoare}$$

Aceasta este cea mai generală și mai simplă expresie care stabilește legătura dintre câmpul magnetic (efect) și sarcinile electrice în mișcare (respectiv curenții electrici) ce se constituie în surse (cauze) ale acestui câmp.

Observație. Legea lui Ampère - în forma prezentată mai sus - s-a dovedit (în timp) parțial corectă. Formula finală, care ține cont de toate sursele posibile ale câmpului magnetic, a fost indicată de către Maxwell.

1.2.2.3. Legea fluxului magnetic (legea Gauss pentru câmp magnetic).

Noțiunea de flux al vectorului \vec{B} se introduce analog cu cea a vectorului \vec{E} :

$$\Phi = \oiint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA \quad (1.61)$$

Dacă se apelează la exemplul câmpului magnetic creat de un fir conductor infinit lung, parcurs de un curent staționar, se observă cu ușurință că fluxul total al câmpului magnetic printr-o suprafață închisă este întotdeauna zero. Oricum s-ar încerca să se construiască o suprafață închisă (având orice fel de formă și indiferent dacă ea conține sau nu firul conductor), numărul de linii de câmp care intră prin respectiva suprafață este egal cu numărul de linii de câmp care ies prin suprafața respectivă. Această egalitate reprezintă o consecință a faptului că liniile de câmp magnetic sunt linii închise.

Prin urmare, legea lui Gauss pentru câmp magnetic este :

$$\oiint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA = 0 \quad (1.62)$$

O interpretare interesantă a legii lui Gauss pentru câmpul magnetic se bazează pe analogie.

Dacă $\oiint_{(\Sigma)} \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dA = q_{\Sigma}$, legea fluxului electric leagă - în fapt (așa cum s-a mai subliniat) - câmpul electric de sursele care îl generează (sarcini electrice reale).

În ceea ce privește câmpul magnetic, se știe deja că acesta este un câmp fără sarcini echivalente. Prin urmare, legea Gauss pentru câmp magnetic confirmă, în altă formă, lipsa unor sarcini magnetice, care să genereze linii de câmp deschise.

Ecuția (1.62) este **forma integrală** a legii Gauss pentru câmp magnetic. Deoarece :

$$\oiint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA \stackrel{\text{t. Gauss}}{=} \iiint_{V_{\Sigma}} \nabla \cdot \vec{B} \, dV = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.63)$$

ceea ce reprezintă **forma locală** a aceleiași legi.

Observație importantă

Dat fiind faptul că se poate face o analogie între relația :

$$\oint_{(\Sigma)} \vec{D} \cdot \vec{n} dA = q_{\Sigma} \xrightarrow{q_{\Sigma}=0 \text{ deci } \rho_s=0} \oint_{(\Sigma)} \vec{D} \cdot \vec{n} dA = 0$$

și relația : $\oint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot \vec{n} dA = 0$, se poate recurge la același tip de raționament în ceea ce privește condiția de trecere la suprafața de discontinuitate dintre două medii având permeabilități magnetice diferite ($\mu_1 = \mu_0 \mu_{r1}$, $\mu_2 = \mu_0 \mu_{r2}$ și $\mu_1 \neq \mu_2$).

Prin urmare preluăm - fără demonstrație specială - concluzia analoagă celei formulate în paragraful 1.1.4.2. :

$$(B_n)_1 = (B_n)_2 \quad (1.64)$$

“Componenta normală a vectorului inducție magnetică se conservă la trecerea prin orice suprafață de discontinuitate.”

Relația de trecere pentru intensitatea câmpului magnetic poate fi demonstrată drept o consecință a legii lui Ampère (legea circuitului magnetic).

Deoarece se poate folosi analogia cu teorema potențialului electric :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow (E_t)_1 = (E_t)_2 \text{ , rezultă că :}$$

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_{(S_{\Gamma})} \vec{J} \cdot \vec{n} dA \xrightarrow{\text{când } \vec{J}=0, \text{ deci pe suprafața de separație nu "circulă" curenți de conducție}} (H_t)_1 = (H_t)_2 \quad (1.65)$$

“Componenta tangențială a intensității câmpului magnetic se conservă dacă pe suprafața de separație dintre cele două medii nu "circulă" curenți de conducție.”

1.2.2.4. Legea inducției magnetice (legea lui Faraday)

După cum am văzut Öersted a arătat că un curent electric poate genera un câmp magnetic. Întrebarea la care a încercat să răspundă Faraday a fost : **oare un câmp magnetic (și ce fel de câmp) poate genera un curent electric ?**

Experimentele efectuate de către el au folosit o schemă principală similară celei din figura 1.56.

Experimentele efectuate de către el au folosit o schemă principală similară celei din figura 1.56.

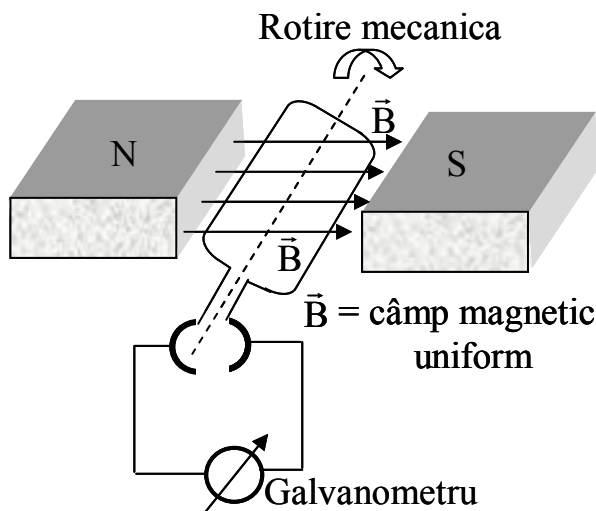


Figura 1.56

S-a constatat că atunci când unghiul relativ dintre planul spirei și direcția vectorului inducție câmp magnetic variază (în timp) – deci variază și fluxul prin suprafața spirei – acul galvanometrului indică un curent nenul.

Prin urmare, răspunsul la întrebarea formulată mai sus este următorul : **DA, se obține curent electric, cu condiția ca circuitul electric închis (spira) să fie plasat într-un câmp magnetic variabil.**

Definiția dată acestui fenomen, așa cum a fost perceput și descris de către Faraday a fost următoarea :

"Fenomenul de inducție magnetică constă în apariția unei tensiuni electromotoare într-un circuit străbătut de un flux magnetic variabil în timp."

Pentru a vedea la modul concret ce anume se petrece într-o asemenea situație, să studiem cazul indicat în figura 1.57.

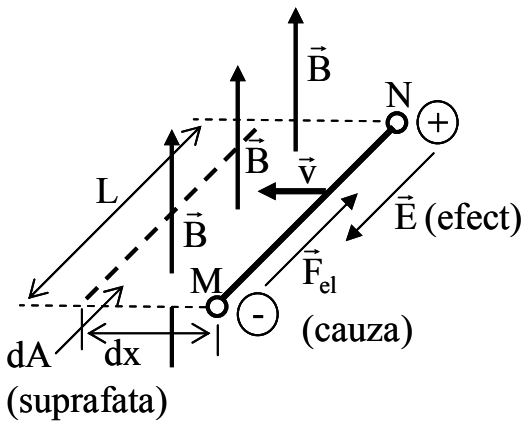


Figura 1.57

Dacă un conductor liniar de lungime dată L se deplasează perpendicular pe liniile de câmp magnetic, atunci asupra fiecăruia dintre electronii liberi din interiorul materialului conductor se va exercita o forță Lorentz, a cărei expresie a fost - deja - indicată :

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -e \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Acțiunea acestei forțe asupra electronilor individuali conduce la o deplasare a acestora către una din extremitățile conductorului. Intre capetele

conductorului apare, prin urmare, o diferență de încărcare electrică, respectiv o diferență de potențial.

Deoarece $U_i = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$, în conductor va apare un câmp electric \vec{E} care se

va opune deplasării sarcinilor ($\vec{F}_e = -e\vec{E}$), readucându-le parțial în zona din care acestea au plecat.

Starea de echilibru este realizată atunci când rezultanta celor două forțe este nulă :

$$\vec{F}_e + \vec{F}_L = 0$$

$$\left. \begin{aligned} -e\vec{E} - e \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0 &\Rightarrow \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{când } \vec{v} \perp \vec{B} \\ &\Rightarrow E = -vB \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Dar } E = \frac{U_i}{L} \quad \left(U_i = \int_{(\text{cond.})} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E \cdot \int_{(\text{cond.})} d\ell = E \cdot L \right)$$

$$U_i = -BvL = -BL \cdot \frac{dx}{dt} = -B \frac{dA}{dt}$$

($dA = L \cdot dx$ este suprafața "măturată" de conductor în câmp magnetic)

Pe de altă parte, fluxul elementar al inducției câmpului magnetic este :

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = d\Phi$$

de unde rezultă :

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.66)$$

Mărimea U_i se numește tensiune de inducție (tensiune electromotoare de inducție) .

Relația (1.66) pune în evidență faptul că *tensiunea electromotoare de inducție este proporțională cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața măturată de conductor sau - în cazul unui circuit închis - prin suprafața mărginită de acest circuit*. Această concluzie reprezintă **legea lui Faraday**³⁷.

Observație. Sensul curentului de inducție într-un circuit ce "baleiază" linii de câmp magnetic este întotdeauna astfel încât, prin câmpul magnetic pe care acesta îl produce la rândul lui, să se opună variației fluxului magnetic extern (regula lui Lentz).

Relația (1.66) poate fi scrisă sub forma integrală :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \iint_{(S_\Gamma)} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dA \quad \begin{array}{l} \text{daca } \Gamma \text{ si } S_\Gamma \\ \text{sunt imobile} \end{array} = - \iint_{(S_\Gamma)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot dA \quad (1.67)$$

sau, dacă se folosește teorema Stokes :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{(S_\Gamma)} (\nabla \times \vec{E}) \cdot \vec{n} \cdot dA = - \iint_{(S_\Gamma)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot dA \Rightarrow \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.68)$$

sub forma locală (pentru medii imobile) , care permite sublinierea următoarelor observații :

- un câmp magnetic variabil poate produce un câmp electric rotațional ($\exists (\nabla \times \vec{E}) \neq 0$) sau solenoidal ; acest tip de câmp electric nu poate fi exprimat prin gradient ;

- liniile de câmp ale acestui tip de câmp electric indus sunt linii de câmp închise, asemenea liniilor de câmp corespunzătoare câmpului magnetic ;

- din definiția produsului vectorial se observă că relația (1.68) spune că $\vec{E} \perp \vec{B}$, cu alte cuvinte liniile de câmp electric sunt perpendiculare pe liniile de câmp magnetic.

³⁷ Michael Faraday , fizician și chimist englez (vezi paragraful 1.2.1), a enunțat această lege în anul 1831.

1.2.2.5. Aplicație interesantă : deviația în câmp magnetic a electronilor (tubul cinescop)

În paragraful 1.1.2.7 am arătat că deviația traiectoriei unui electron accelerat inițial prin aplicarea unei tensiuni de accelerare U_{ac} (în spațiul dintre anod și catod) până la viteza v (unde $v = \sqrt{\frac{2eU_{ac}}{m}}$), care intră cu această viteză în spațiul dintre două plăci de deflexie pe verticală (între care se aplică diferența de potențial U_v) are expresia :

$$y_{el} = \frac{U_v}{U_{ac}} \cdot \frac{L}{2d} \cdot \left(D + \frac{L}{2} \right)$$

unde :

$$U_{ac} = V_a - V_c = \frac{mv^2}{2e} = \text{tensiunea de accelerare}$$

$$U_v = E \cdot d = \text{tensiunea dintre plăci}$$

ceea ce implică :

$$y_{el} = \frac{eEL}{mv^2} \cdot \left(D + \frac{L}{2} \right) \quad (1.69)$$

În ecuația (1.69) se consideră necunoscute mărimile $\frac{e}{m}$ și v .

Fizicianul englez Joseph John Thomson și-a propus să determine – la modul concret – valoarea raportului $\frac{e}{m}$, necunoscut la ora respectivă.

În anul 1897 el a inițiat experimente legate de traiectoria electronilor în prezența simultană a unor câmpuri electrice și magnetice, stabilind valoarea raportului mai sus amintit și făcând – totodată – dovada existenței electronului (pentru care a primit premiul Nobel în 1906)³⁸. Pană în acel moment particulele încărcate cu sarcină electrică existente în interiorul tuburilor catodice purtau numele de *corpusculi catodici*.

Vom încerca – în cele ce urmează – să stabilim maniera în care câmpul magnetic produce deviația traiectoriei unor sarcini electrice, accelerate în prealabil până la viteza v (figura 1.60).

Precizăm că :

- în spațiul în care există câmp magnetic intră un fascicul îngust de electroni, având (la intrare) viteza constantă \vec{v} ;
- câmpul magnetic este uniform (omogen), iar vectorul inducție câmp magnetic \vec{B} este perpendicular pe viteza electronilor.

³⁸ Tot el a pus la punct , în 1902, primul model atomic – din păcate eronat !

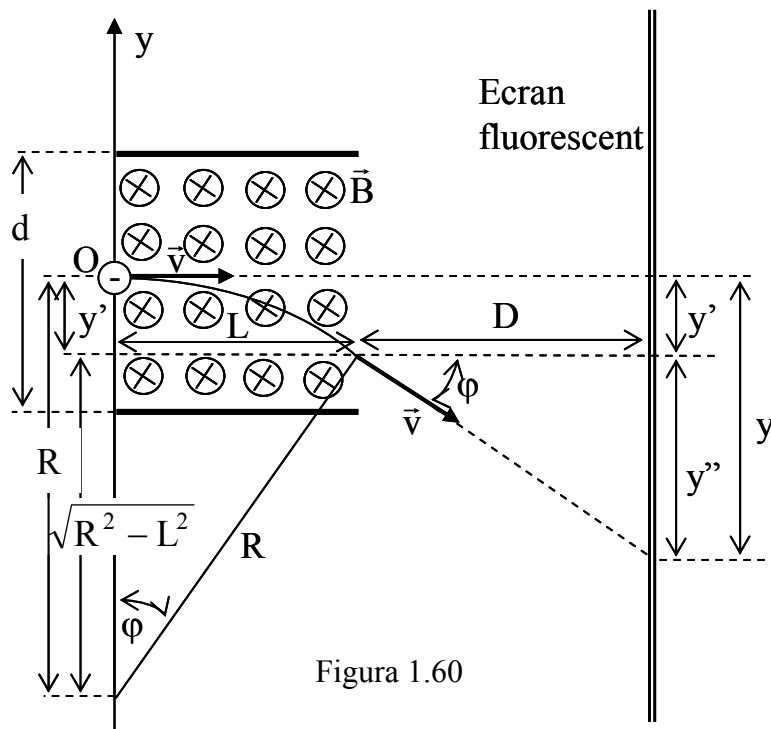


Figura 1.60

Din figura 1.60 se observă că :

$$y'' = D \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

în timp ce calculul lui y' obligă la etape intermediare. Astfel :

$$R^2 = L^2 + (R - y')^2$$

$$\Rightarrow y'^2 - 2Ry' + L^2 = 0$$

(1.70)

Ecuția (1.70) are două soluții, dintre care una singură este adecvată manierei în care (sub acțiunea forței Lorentz) este deviată traiectoria electronului :

$$y' = R \pm \sqrt{R^2 - L^2} \left. \begin{array}{l} \text{dar } y' < R \\ \end{array} \right\} y' = R - R \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} = R \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2}\right) \quad (1.71)$$

Se consideră că :

- devierea particulelor în câmp magnetic este relativ mică (R mare) ;

- raportul $\frac{L}{R} \ll 1$, ceea ce ne permite să recurgem la dezvoltarea în serie

Taylor a radicalului din relația (1.71), pe care îl aproximăm cu primii doi termeni :

$$\sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} \cong 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2$$

Prin urmare :

$$y' = \frac{R}{2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2$$

Pentru calculul deviației y'' se observă că trebuie stabilită expresia funcției trigonometrice :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L}{R - y'} = \frac{L}{R - R + \sqrt{R^2 - L^2}} = \frac{L}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2}}$$

Se recurge la o aproximație asemănătoare celei din cazul precedent :

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{L}{R}\right)^2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^2$$

deci :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L}{R} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{R}\right)^3 \cong \frac{L}{R}$$

și :

$$y'' = \frac{L}{R} \cdot D \Rightarrow y = y' + y'' = \frac{L}{R} \cdot \left(D + \frac{L}{2}\right) \quad (1.72)$$

Raza traiectoriei circulare a electronului în câmp magnetic poate fi determinată în funcție de inducția acestuia, din observația faptului că forța Lorentz joacă rolul de forță centripetă :

$$qvB|_{\text{pentru } \vec{v} \perp \vec{B}} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

$$\Rightarrow y = \frac{LqB}{mv} \cdot \left(D + \frac{L}{2}\right) = -\frac{LB}{v} \cdot \frac{e}{m} \cdot \left(D + \frac{L}{2}\right) \quad (1.73)$$

Din relația (1.73) se observă că mărimea deviației y este direct proporțională cu modulul inducției câmpului magnetic (la rândul lui direct proporțional cu intensitatea curentului electric injectat în bobinele care crează acest câmp). Trebuie subliniat faptul că în tubul cinescop al televizorului plăcile de deflexie pe verticală și orizontală (care crează câmp electric) sunt înlocuite cu două bobine perpendicularare amplasate în exteriorul tubului.

Ecuția (1.73) se alătură ecuației (1.69) în scopul determinării celor două necunoscute, din care cel mai important este raportul $\frac{e}{m}$.

În fapt Thomson a combinat ambele câmpuri (electric și magnetic), impunând un criteriu genial prin simplitatea lui : el a impus condiția ca **deviația electronilor**, observată pe ecran, **să fie nulă**.

Condiția ca electronul să parcurgă nedeviat o traiectorie liniară înseamnă – în fapt – că rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia este nulă, adică :

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Odată cunoscută viteza, poate fi folosită oricare dintre cele două ecuații (1.69) sau (1.73) pentru stabilirea raportului e/m .

Experimental Thomson a stabilit valoarea :

$$\frac{e}{m} = (1,758802 \pm 0,000005) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

și a denumit acest raport **sarcină specifică a electronului**.

Utilizarea unor atomi ionizați (deci având o sarcină electrică nenulă) introduși în câmpuri electrice și / sau magnetice a permis punerea la punct a unor

instrumente specifice fizicii atomice și fizicii particulelor elementare ; dintre aceste instrumente menționăm spectrometrul de masă și – ulterior – ciclotronul.

În câteva cuvinte, putem spune despre spectrometrul de masă că permite determinarea masei izotopilor (particule încărcate cu aceeași sarcină dar cu mase diferite, ceea ce înseamnă valori ale raportului $\frac{q}{m}$ diferite).

Primul experiment de acest gen a vizat gazele : astfel, pentru neon s-au determinat două "tipuri" diferite, corespunzătoare maselor atomice de valoare 20 și respectiv 22.

O dezvoltare ulterioară (și destul de bine cunoscută) o reprezintă **spectrometrul Bainbridge**, având în structură următoarele elemente :

- o sursă de ioni ;
- o zonă de câmp electric combinat cu câmp magnetic, cu rol de selector de viteze ;
- o zonă de câmp magnetic, pentru care traiectoriile finale, circulare, au raze dependente de masele izotopilor.

Astfel, pentru Ge (germaniu) s-a obținut spectrograma de masă din figura 1.59, punându-se în evidență existența a cinci categorii de izotopi, având numerele de masă 70, 72, 73, 74 și 76 (care dau o combinație corespunzătoare unei mase atomice chimice egale cu 72,6).

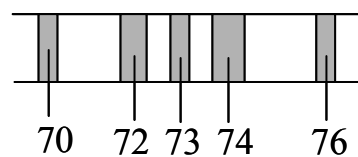


Figura 1.59

O altă aplicație interesantă și extrem de utilizată la ora actuală (când se fac eforturi consistente și costisitoare) pentru a realiza structuri din ce în ce mai performante, este reprezentată de **ciclotron**. Primii realizatori ai unui astfel de instrument (care utilizează câmpurile electrice și magnetice³⁹ în scopul de a obține ghidarea și accelerarea particulelor) sunt fizicienii americani Ernest O. Lawrence⁴⁰ și H. Stanley Livingston, de la Universitatea Berkeley din California.

Ulterior s-au pus la punct noi tipuri de acceleratoare de particule, printre care **sincrociclotronul** și **sincrotronul** (cu energii ale protonilor accelerați de ordinul 400 GeV – energii suficiente pentru a manipula nucleul atomic și pentru a studia proprietăți ale particulelor elementare).

³⁹ La nivelul anului 1990 cele mai mari valori realizabile experimental pentru inducția câmpului magnetic aveau ca ordin de mărime 30 T (în condițiile în care câmpul magnetic terestru are câteva sute de miimi de T(esla)).

⁴⁰ În 1939 Ernest O. Lawrence a obținut premiul Nobel în fizică pentru inventarea ciclotronului ; meritele lui au justificat – printre altele – și atribuirea numelui de "lawrenciu (Lw)" elementului chimic (obținut artificial) cu numărul de ordine $Z = 103$ (în tabelul lui Mendeleev).