NOTĂ MATEMATICĂ

Ecuația $z^n = x^n + y^n$ nu are soluții pentru $n \in N^*$, $n > 2$ şi $x,y,z \in \mathbf{Z}^*$.

Această teoremă a fost enunțată de **Pierre de Fermat** *în anul 1637, deci cu 369 de ani în urmă şi din păcate nici până astăzi nu a fost rezolvată cu metode elementare cunoscute la acea vreme.*

Autorul expune în paginile următoare un mod de abordare şi de rezolvare a acestei interesante teoreme care l-a preocupat încă din anul 1962,de la vârsta de 16 ani.Demonstrația prezentată în paginile următoare a fost realizată de autor în 15 Decembrie 2003 şi îmbunătățită până la data editării.Astfel am considerat că este suficient să demonstrez că ecuația $z^n = x^n + y^n$ nu are soluții pentru **n > 2** şi **x,y,z,n** $\in \mathbf{N}^*$ iar demonstrația că ***ecuația $z^n = x^n + y^n$ nu are soluții pentru $n \in N^*$, $n > 2$ şi $x,y,z \in \mathbf{Z}^*$ rezultă ca un corolar al demonstrației dată în paginile următoare.Într-adevăr pentru n=2·k+1 considerînd*** *toate variantele posibile de semne şi de relații de ordine pentru tripleta de numere întregi x,y şi z şi anume : $z>y>x>0$;$z<0,y<0,x<0$ şi $|z|>|y|>|x|$;$z>0,y<0,x>0$ şi $z<|y|<x$ sau $|y|<z<x$; $z>0,y>0,x<0$ şi $z<|x|<y$ sau $|x|<z<y$;$z<0,y<0,x>0$ şi $x<|z|<|y|$ sau $|z|<x<|y|$;*$z<0,y>0,x<0$ şi $y<|z|<|x|$ sau$|z|<y<|x|$**, ** rezultă ***ecuații de forma*** $z^{2\cdot k+1} = x^{2\cdot k+1} + y^{2\cdot k+1}$, $x^{2\cdot k+1} = z^{2\cdot k+1} + y^{2\cdot k+1}$ ***sau*** $y^{2\cdot k+1} = z^{2\cdot k+1} + x^{2\cdot k+1}$ ***în care x,y,z pot fi considerate practic numere întregi pozitive adică numere naturale ,adică*** **x,y,z**$\in \mathbf{N}^*$.

Se observă uşor că în cazul n=2·k indiferent de semnele numerelor x,y şi z ecuația rămâne aceiaşi $z^{2\cdot k} = x^{2\cdot k} + y^{2\cdot k}$ în care considerăm că $|z|>|y|>|x|$,deci este suficient să considerăm că **x,y,z**$\in \mathbf{N}^*$.

Această notă matematică se adresează tuturor iubitorilor de matematică care sper să urmărească cu atenție calculele pentru a se edifica de veridicitatea demonstrației date de autor.

Autorul roagă pe toți cei interesați ca orice observație referitoare la această demonstrație să fie transmisă la adresa de e mail:
tamref@yahoo.com

MAREA TEOREMĂ A LUI FERMAT

Aşa cum am arătat mai sus ecuaţia $z^n = x^n + y^n$ nu are soluţii pentru $n \in \mathbf{N}^*$, **$n > 2$** şi **$x,y,z \in \mathbf{Z}^*$** dacă ecuaţia $z^n = x^n + y^n$ nu are soluţii pentru **$n > 2$** şi **$x,y,z,n \in \mathbf{N}^*$**.

DEMONSTRAŢIE

Este evident că x,y,z trebuie să fie diferite şi prime între ele două câte două şi putem stabili următoarea ordine : $z > y > x$.

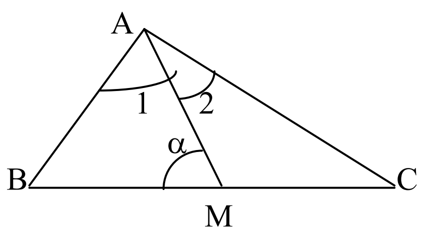
Se observă că dacă n=1 există o infinitate de soluţii chiar dacă x,y,z є**Z**

Pentru $n \geq 2$, presupunem că $z \geq x + y$. Prin ridicarea la puterea n a acestei inegalităţii rezultă:

$$z^n \geq x^n + \sum_{1}^{n-1} C_n^k \cdot x^{n-k} \cdot y^k + y^n, \text{ dar } z^n = x^n + y^n \text{ deci}$$

$$0 \geq \sum_{1}^{n-1} C_n^k \cdot x^{n-k} \cdot y^k \text{ ceea ce este absurd, deoarece } C_n^k \cdot x^{n-k} \cdot y^k > 0$$

Rezultă că $z < x + y$ şi deci z,y,x sunt laturile unui triunghi oarecare ABC.



Facem următoarele notaţii:
$AB = x$, $AC = y$, $BC = z$ unde $BC = z = BM + CM$ iar conform teoremei sinusurilor din triunghiurile ABM şi ACM rezultă următoarele relaţii:

(1) $\dfrac{BM}{\sin A_1} = \dfrac{AM}{\sin B} = \dfrac{x}{\sin\alpha}$ respectiv (2) $\dfrac{CM}{\sin A_2} = \dfrac{AM}{\sin C} = \dfrac{y}{\sin\alpha}$

dar A1=180 – (B+α) , respectiv A2= α – C. Din relaţiile (1) şi (2) rezultă:

(3) $BM = \dfrac{x \cdot \sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}$ respectiv (4) $CM = \dfrac{y \cdot \sin(\alpha - C)}{\sin\alpha}$

Totodată este evident că ecuaţia $z^n = x^n + y^n$ se mai scrie:

$$z = \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} \cdot x + \frac{y^{n-1}}{z^{n-1}} \cdot y \text{ dar } z = BM + CM \text{ deci înlocuind pe BM şi CM}$$

obţinem:

$$z=\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}\cdot x+\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}\cdot y=\frac{x\cdot\sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}+\frac{y\cdot\sin(\alpha-C)}{\sin\alpha}$$ de unde rezultă:

$$\left[\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\frac{\sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}\right]\cdot x+\left[\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}-\frac{\sin(\alpha-C)}{\sin\alpha}\right]\cdot y=0$$

Această ecuație are următoarele soluții evidențiate în două cazuri:

Cazul 1 : coeieficienții lui x şi y trebuie să fie nuli , rezultă:

$$\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}=\frac{\sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}\quad\text{respectiv}\quad\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}=\frac{\sin(\alpha-C)}{\sin\alpha}\quad\text{sau altfel:}$$

$$(5)\ \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}=\sin B\cdot\mathrm{ctg}\alpha+\cos B\quad\text{respectiv}\quad(6)\ \frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}=\cos C-\sin C\cdot\mathrm{ctg}\alpha$$

Eliminând pe ctgα din relațiile (5) şi (6) rezultă:

$$(7)\ \frac{x^{n-1}-z^{n-1}\cdot\cos B}{z^{n-1}\cdot\sin B}=\frac{z^{n-1}\cdot\cos C-y^{n-1}}{z^{n-1}\cdot\sin C}\quad\text{, dar}\quad\frac{y}{x}=\frac{\sin B}{\sin C}$$

conform teoremei sinusurilor în triunghiul ABC şi relația (7) devine:

$x^n-x\cdot z^{n-1}\cdot\cos B=y\cdot z^{n-1}\cdot\cos C-y^n$, dar $z^n=x^n+y^n$ deci această ecuație se mai scrie astfel:

$$z^n=z^{n-1}\cdot(x\cdot\cos B+y\cdot\cos C)\quad\text{care devine}\quad(8)\ z=x\cdot\cos B+y\cdot\cos C$$

Rezultă că soluțiile vor fi cele ale următorului sistem de ecuații:

$$(9)\ \begin{cases}z^n=x^n+y^n\\ z=x\cdot\cos B+y\cdot\cos C\end{cases}$$

Cazul 2 : Se adoptă modul de rezolvare al unei ecuații diofantice:

$$x=-\left[\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}-\frac{\sin(\alpha-C)}{\sin\alpha}\right]\cdot t\ ,\quad\text{respectiv}\ y=\left[\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\frac{\sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}\right]\cdot t$$ în

care t=±1 întrucât x şi y nu pot fi nuli şi nu pot avea divizori comuni.Pentru uşurința calculelor vom adopta valoarea t=1Relațiile de mai sus se scriu:

(10) $x=-\left[\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}-\dfrac{\sin(\alpha-C)}{\sin\alpha}\right]$, respectiv (11) $y=\left[\dfrac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\dfrac{\sin(B+\alpha)}{\sin\alpha}\right]$

Relațiile (10) și (11) se mai scriu:

$x=-\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}+\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos C-\cos\alpha\cdot\sin C}{\sin\alpha}$ respectiv

$y=\dfrac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\dfrac{\sin B\cdot\cos\alpha+\cos B\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha}$ sau altfel :

(12) $x=-\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}+\cos C-\mathrm{ctg}\alpha\cdot\sin C$ respectiv

(13) $y=\dfrac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\sin B\cdot\mathrm{ctg}\alpha-\cos B$. Eliminând pe ctgα din relațiile (12) și

(13) rezultă: (14) $\dfrac{-x-\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}+\cos C}{\sin C}=\dfrac{\dfrac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-y-\cos B}{\sin B}$ sau :

$-x\cdot\sin B-\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}\cdot\sin B+\cos C\cdot\sin B=\dfrac{x^{n-1}}{z^{n-1}}\cdot\sin C-y\cdot\sin C-$

$-\cos B\cdot\sin C$,dar $x\cdot\sin B=y\cdot\sin C$ respectiv $\sin C=\dfrac{x\cdot\sin B}{y}$ deci

putem scrie :

$\dfrac{y^{n-1}}{z^{n-1}}\cdot\sin B-\cos C\cdot\sin B=\cos B\cdot\dfrac{x\cdot\sin B}{y}-\dfrac{x^{n}\cdot\sin B}{z^{n-1}\cdot y}$

sau : $y^n-z^{n-1}\cdot y\cdot\cos C=z^{n-1}\cdot x\cdot\cos B-x^n$

deci : $x^n+y^n=z^{n-1}\cdot(x\cdot\cos B+y\cdot\cos C)$

sau : $z^n=z^{n-1}\cdot(x\cdot\cos B+y\cdot\cos C)$

de unde putem scrie : $z=x\cdot\cos B+y\cdot\cos C$

Rezultă ca şi în **Cazul 1** rezolvarea aceluiaşi sistem de ecuații:

$$(9)\quad \begin{cases} z^n = x^n + y^n \\ z = x \cdot \cos B + y \cdot \cos C \end{cases}$$

Din sistem rezultă:

$$z = \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} \cdot x + \frac{y^{n-1}}{z^{n-1}} \cdot y = x \cdot \cos B + y \cdot \cos C \text{ deci putem scrie :}$$

$$(15)\quad \left(\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} - \cos B\right) \cdot x + \left(\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}} - \cos C\right) \cdot y = 0$$

Pentru rezolvarea ecuației (15) se disting două cazuri :

<u>Cazul A :</u> coieficienții lui x şi y trebuie să fie nuli. Rezultă următoarele:

$$(16)\ \cos B = \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} \quad \text{respectiv } (17)\ \cos C = \frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}$$ sau conform teo -

remei cosinusurilor din triunghiul ABC putem scrie :

$$(18)\quad \frac{x^2 + z^2 - y^2}{2 \cdot x \cdot z} = \frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} \quad \text{respectiv } (19)\quad \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2 \cdot y \cdot z} = \frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}$$

sau altfel : (20) $z^{n-2} \cdot x^2 + z^n - z^{n-2} \cdot y^2 = 2 \cdot x^n$ respectiv

(21) $z^{n-2} \cdot y^2 + z^n - z^{n-2} \cdot x^2 = 2 \cdot y^n$ din (20) sau (21) se mai scrie :

$z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) = y^n - x^n$ sau (22) $z^{n-2} = \dfrac{(y^n - x^n)}{y^2 - x^2}$ sau altfel :

$$(23)\quad z^{n-2} = \frac{y^{n-1} + y^{n-2} \cdot x + \ldots\ldots + y \cdot x^{n-2} + x^{n-1}}{y + x}$$

(23) se mai scrie pentru $n = 2 \cdot \lambda$ unde $\lambda = 2,3,\ldots.$:

$z^{n-2} = y^{n-2} + y^{n-4} \cdot x^2 + \ldots. + y^2 \cdot x^{n-4} + x^{n-2}$ care se mai scrie :

$$z^n = z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot x^{n-2} + z^2 \cdot \left(y^{n-4} \cdot x^2 + ... + y^2 \cdot x^{n-4} \right) \text{sau :}$$

$$x^n + y^n = z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot x^{n-2} + z^2 \cdot \left(y^{n-4} \cdot x^2 + ... + y^2 \cdot x^{n-4} \right)$$

deci (24) $\left(z^2 - y^2 \right) \cdot y^{n-2} + \left(z^2 - x^2 \right) \cdot x^{n-2} + z^2 \cdot (y^{n-4} \cdot x^2 + ...$

$+ y^2 \cdot x^{n-4}) = 0$ ceea ce este evident absurd deoarece z, y, x sunt strict pozitive iar $z > y > x$. Pentru $\lambda = 1$, din (22) reiese : $1 = 1$ ceea ce este evident. iar pentru $n = 2 \cdot \lambda + 1$ unde $\lambda = 2,3,...,$ egalitatea (23) se mai scrie :

(25) $z^{n-2} = y^{n-2} + y^{n-4} \cdot x^2 + ... + y \cdot x^{n-3} + \dfrac{x^{n-1}}{y+x}$ care se mai scrie:

$$z^n = z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot y^{n-4} \cdot x^2 + ... + z^2 \cdot y \cdot x^{n-3} + \frac{z^2 \cdot x^{n-1}}{y+x} \quad \text{sau:}$$

$$x^n + y^n = z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot y^{n-4} \cdot x^2 + ... + z^2 \cdot y \cdot x^{n-3} + \frac{z^2 \cdot x^{n-1}}{y+x}$$

sau încă:

(26) $\left(z^2 - y^2 \right) \cdot y^{n-2} + \left(z^2 \cdot y^{n-4} - x^{n-2} \right) \cdot x^2 + ... + z^2 \cdot y \cdot x^{n-3} +$

$+ \dfrac{z^2 \cdot x^{n-1}}{y+x} = 0$ceea ce este evident absurd deoarece z, y, x sunt strict pozitive iar $z > y > x$. Pentru $\lambda = 1$ deci $n = 3$, (25) se scrie :

$z = y + \dfrac{x^2}{y+x}$, care prin ridicarea la cub devine : $z^3 = y^3 + 3 \cdot y^2 \cdot \dfrac{x^2}{y+x} +$

$$+3\cdot y\cdot\frac{x^4}{(y+x)^2}++\frac{x^6}{(y+x)^3} \text{ deci } x^3+y^3=y^3+3\cdot y^2\cdot\frac{x^2}{y+x}+$$

$$+3\cdot y\cdot\frac{x^4}{(y+x)^2}+\frac{x^6}{(y+x)^3} \text{ de unde reiese : } x^3=3\cdot y^2\cdot\frac{x^2}{y+x}+$$

$$+3\cdot y\cdot\frac{x^4}{(y+x)^2}+\frac{x^6}{(y+x)^3} \text{ sau : } x=3\cdot\frac{y^2}{y+x}+3\cdot y\cdot\frac{x^2}{(y+x)^2}+\frac{x^4}{(y+x)^3}$$

$$\text{sau}\left(3\cdot\frac{y^2}{y+x}-x\right)+3\cdot y\cdot\frac{x^2}{(y+x)^2}+\frac{x^4}{(y+x)^3}=0,\ \text{ dar}$$

$$\left(3\cdot\frac{y^2}{y+x}-x\right)>0 \text{ deoarece evident } 3\cdot\frac{y^2}{y+x}>x \text{ sau } 3\cdot y^2>x\cdot(y+x)$$

$$\text{deoarece } y>x \ \text{ iar } 3\cdot y^2>\ 2\cdot y^2 \ \text{ deci}\left(3\cdot\frac{y^2}{y+x}-x\right)+3\cdot y\cdot\frac{x^2}{(y+x)^2}+$$

$$+\frac{x^4}{(y+x)^3}=0 \ \text{ este o absurditate.}$$

<u>**Cazul B :**</u> $x=-\left(\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}-\cos C\right)\cdot t$ respectiv $y=\left(\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-\cos B\right)\cdot t$

unde $t=\pm1$ deoarece x respectiv y nu pot fi nuli iar y nu are divizori co - muni cu x. Deci mai putem scrie pentru $t=1$:

(27) $\cos C=x+\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}}$ respectiv (28) $\cos B=\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}}-y$, dar cosB şi cosC trebuie să aibă valori în intervalul [– 1, +1] , iar cum x >+1 şi y >+2 rezultă din relația (27) că cosC > + 1 ,respectiv din relația (28) că cosB < – 1 ceea ce este evident absurd. Faptul că x >+1 şi y >+2 se demonstrează astfel :

presupunem că x = 1 atunci $z^n - y^n = 1^n$ de unde rezultă :

$(z - y) \cdot (z^{n-1} + z^{n-2} \cdot y + ... + z \cdot y^{n-2} + y^{n-1}) = 1$ ceea ce este evident absurd ,deoarece membrul stâng al relației de mai sus este mai mare ca + 2 şi deci în concluzie soluțiile considerate în **Cazul B** nu pot exista. În cartea “Despre Teorema lui Fermat” a autorului M.M. Postnikov editată de Editura Didactică şi Pedagogică Bucureşti – 1983 se arată că între x,y,z şi n există următoarea relație z > y > x > n

<u>Observații:</u>

Din **“Cazul A”** rezultă că relația $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) = y^n - x^n$ are soluții numai pentru n = 2, (cazul n = 1 fiind evident banal căci z=x+y are o infinitate de soluții); pentru n > 2 rezultă că $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) < y^n - x^n$ deoarece $z^{n-2} < y^{n-2} + x^{n-2}$;într-adevăr $z^{n-2} < y^{n-2} + x^{n-2}$ se mai scrie astfel $z^n < z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot x^{n-2}$ sau $x^n + y^n < z^2 \cdot y^{n-2} + z^2 \cdot x^{n-2}$ ceea ce este evident. Deci $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) < \left(y^{n-2} + x^{n-2}\right) \cdot \left(y^2 - x^2\right)$

care devine $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) < y^n + x^{n-2} \cdot y^2 - y^{n-2} \cdot x^2 - x^n$ dar

$y^n + x^{n-2} \cdot y^2 - y^{n-2} \cdot x^2 - x^n = y^n - x^n - x^2 \cdot y^2 \cdot \left(y^{n-4} - x^{n-4}\right)$

adică $y^n - x^n - x^2 \cdot y^2 \cdot \left(y^{n-4} - x^{n-4}\right) < y^n - x^n$ şi în consecință este

adevărat că $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) < y^n - x^n$ **.Aşadar inecuația aceasta are o infinitate de soluții pentru n > 2 şi x,y,n $\in$ N* şi z$\in$ R*.**

De fapt din ecuația (15) rezultă acelaşi lucru , căci dat fiind faptul că x si y sunt strict pozitive este necesar ca $\frac{x^{n-1}}{z^{n-1}} - \cos B < 0$ si

$\frac{y^{n-1}}{z^{n-1}} - \cos C > 0$ pentru ca $z^{n-2} \cdot \left(y^2 - x^2\right) < y^n - x^n$.

<u>Conclzii:</u>

1) **Rezultă că ecuația** $z^n = x^n + y^n$ **nu are soluții pentru n > 2 şi** x,y,z,n $\in \mathbf{N}^*$şi deci nici pentru x,y,z $\in \mathbf{Z}^*$ **şi** $n \in \mathbf{N}^*$.

2) Cel mult câte o pereche de numere x,y sau x,z sau y,z pot fi fi numere naturale diferite de zero.

3) **Deci *Pierre de Fermat* a avut dreptate.**

<u>Alte observații:</u>

Se verifică uşor că ecuația nu poate fi rezolvată nici dacă x,y,z $\in \mathbf{Q}^*$şi $n > 2$ iar **n** $\in \mathbf{N}^*$.Într-adevăr fie $\left\{\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}\right\} \in \mathbf{Q}^*, \{a, b, c, d, e, f, n\} \in \mathbf{N}^*$ şi a,b, c,d,e,f prime între ele atunci ecuația: (29) $\left(\frac{a}{b}\right)^n + \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{e}{f}\right)^n$ nu are soluții.Ecuația de mai sus se mai scrie: $\frac{a^n}{b^n} + \frac{c^n}{d^n} = \frac{e^n}{f^n}$ şi aducând la acelaşi numitor se obține $(a \cdot d \cdot f)^n + (c \cdot b \cdot f)^n = (e \cdot b \cdot d)^n$.Putem scrie $a \cdot d \cdot f = x$, $c \cdot b \cdot f = y$ şi $e \cdot b \cdot d = z$, deci ecuația (29) devine de forma $z^n = x^n + y^n$ şi pe care am demonstrat-o că nu are soluții pentru $n > 2$ şi x,y,z,n $\in \mathbf{N}^*$. Se observă deasmeni uşor că unghiul A , format de laturile x şi **y ,**trebuie să respecte relația: $0 < A < \frac{\pi}{2}$ pentru $n > 2$. Într-adevăr în triunghiul ABC există relația : $z^2 = x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos A$ care prin ridicare la puterea n devine :

$$z^{2 \cdot n} = \left(x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos A\right)^n$$ şi care se mai poate scrie:

$$z^{2 \cdot n} = \left(x^2 + y^2\right)^n + \sum_1^{n-1} (-1)^k \cdot C_n^k \cdot \left(x^2 + y^2\right)^{n-k} \cdot (2 \cdot x \cdot y \cdot \cos A)^k$$

sau :

$$\left(x^2 + y^2\right)^n + \sum_1^{n-1} (-1)^k \cdot C_n^k \cdot \left(x^2 + y^2\right)^{n-k} \cdot (2 \cdot x \cdot y \cdot \cos A)^k - z^{2 \cdot n} = 0$$

dar $\left(x^2+y^2\right)^n - z^{2\cdot n} > 0$ deoarece $x^2+y^2-z^2>0$. Într-adevăr

$x^n < x^2 \cdot z^{n-2}$ respectiv $y^n < y^2 \cdot z^{n-2}$ şi adunând aceste inegalităţi se obţine: $x^n + y^n < \left(x^2+y^2\right)\cdot z^{n-2}$ sau mai putem scrie:
$z^n < \left(x^2+y^2\right)\cdot z^{n-2}$ şi deci $z^2 < x^2+y^2$ adică $x^2+y^2-z^2>0$.

Rezultă că termenii sumei care conţin pe $(-1)^k \cdot (\cos A)^k$ din ecuaţia :

$$\left(x^2+y^2\right)^n + \sum_{1}^{n-1}(-1)^k \cdot C_n^k \cdot \left(x^2+y^2\right)^{n-k} \cdot (2\cdot x\cdot y\cdot \cos A)^k - z^{2\cdot n} = 0$$

trebuie să nu fie pozitivi ci să alterneze ca semn adică $\cos A > 0$ pentru ca ecuaţia de mai sus să aibă soluţii reale şi deci pentru $n>2$ unghiul $A < \frac{\pi}{2}$.

Q.E.D. în data de 15 Decembrie 2003
Perju Iulian Toma Radu
12.11.2007

EDIŢIA a IX^{a} –12.11.2007